Registro dell’insegnamento

Anno accademico	2016/17
Prof.	Gabriele Vezzosi
Settore inquadramento	MAT-03
Scuola di Scienze MFN Dipartimento DIMAI U. Dini Insegnamento Geometria Superiore	
Moduli	
Settore insegnamento	
Corsi di studio	Matematica (Laurea Magistrale)

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 27/09/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Categorie e funtori: definizioni ed esempi. Trasformazioni naturali, categorie di funtori. Monomorfismi, epimorfismi ed isomorfismi in una categoria. Esempi e controesempi.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 29/09/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Funtori pieni, fedeli, conservativi ed equivalenze di categorie. Funtori (co)rappresentabili e Lemma di Yoneda. Esempi ed esercizi.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 04/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Funtori aggiunti: definizioni globali e locali, definizioni equivalenti ed esempi. Limiti e colimiti in una categoria. Esempi: prodotti, coprodotti, pullback e pushouts. Colimiti e limiti in Sets, R-mod e CommRings.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data:06/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Categorie filtrate. Esempi. Calcolo di colimiti filtrati in Sets, R-mod, CommRings. Esempi: stalks di prefasci d'insiemi, R-moduli ed anelli commutativi, su uno spazio topologico; azione di un gruppo su un insieme: interpretazione di invarianti e co-invarianti intermini di limiti e colimiti.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 11/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: I forgetful da C=R-Mod e C=CommRings a Sets preservano i colimiti filtrati (ma non i colimiti arbitrari, p.es i coprodotti). Reinterpretazione dello stalk di un prefascio a valori in C (con C come sopra). Un funtore pienamente fedele riflette limiti e colimiti. Un aggiunto dex (sin) preserva i limiti (colimiti). In ogni categoria, i limiti commutano con i limiti ed i colimiti con i colimiti. In Sets, i colimiti filtrati commutano con i limiti finiti.

Definizione di prefascio su uno spazio topologico a valori in una categoria arbitraria. Categoria Psh_C (X) dei prefasci su X a valori in C. Esempi: funzioni con target arbitrario (fissato) su uno spazio topologico, funzioni C^k (reali o complesse) su una varietà C^k, k=0,1,..., infinito, funzioni olomorfe su C^n e su varietà olomorfe, sezioni di mappe continue e suriettive, funzioni L^p su R^n, skyskraper in un punto.

Limiti/colimiti in una categoria di funtori si calcolano objectwise. Applicazioni ai limiti/colimiti di prefasci su uno spazio topologico a valori in una categoria.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 13/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Standing hypotheses sulle categorie C valori dei fasci che considereremo: C ha limiti, colimiti filtrati, ed ammette un funtore conservativo U: C -->Sets che commuti con essi. Conseguenze di queste ipotesi (per esempio: U riflette limiti e colimiti filtrati, preserva e conserva i mono, e limiti finiti commutano con i colimiti filtrati in C). Definizione di fascio su uno spazio topologico X a valori in C. Esempi e controesempi. Categoria Sh_C (X) dei fasci su X a valori in C. Prefasci separati: definizioni equivalenti. Costruzione dell'endofuntore (-)^+ su Psh_C (X).

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 18/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Funtore fascio associato come (-)^++. Il funtore fascio associato è aggiunto sinistro dell'inclusione dei fasci nei prefasci. Isomorfismo canonico fra gli stalks di un prefascio e del suo fascio associato. Fascio associato al prefascio delle funzioni costanti.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 20/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Limiti e mono di fasci: i limiti di diagrammi nei fasci si calcolano nei prefasci, un morfismo di fasci è mono sse è mono come morfismo di prefasci sse è mono su ogni stalk. Colimiti ed epi di fasci: il colimite di un diagramma di fasci si calcola fascificando il corrispondente colimite di prefasci, un morfismo di fasci è epi sse induce un epi su ogni stalk. Esempio: il differenziale di de Rham induce un epi di fasci dal fascio delle funzioni smooth al fascio delle 1-forme differenziali chiuse su R^2 (lemma di Poincaré) ma tale morfismo non è epi di fasci. Isomorfismi di fasci: un morfismo di fasci è iso sse è iso come morfismo di prefasci sse induce un iso su ogni stalk.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 25/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Un morfismo di fasci è iso sse è iso come morfismo di prefasci sse induce un iso su ogni stalk (dimostrazione). Funtorialità per prefasci secondo un'applicazione continua f: X --> Y: funtore immagine diretta f_*, funtore immagine inversa f^*, aggiunzione (f^*, f_*), isomorfismo tra (f^*F)_x e f_{f(x)}. Funtorialità per fasci (a valori in C con le nostre standing hypotheses) secondo un'applicazione continua f: X --> Y: funtore immagine diretta f_* (f_*(fascio) è un fascio), funtore immagine inversa f^{-1}, aggiunzione (f^{-1}, f_*), isomorfismo tra (f^{-1}F)_x e f_{F(x)}. Incollamento di fasci e di morfismo di fasci dati su un ricoprimento aperto: categoria dei gluing data relativi ad un ricoprimento aperto di X, equivalenza di categorie fra fasci su X e gluing data su un ricoprimento. Spazi anellati: definizione della categoria RingedSp, esempi (varietà topologiche, varietà differenziabili, varietà complesse, schemi affini). Esercizi. Categoria degli O_X-Moduli su uno spazio anellato (X,O_X).

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 27/10/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Prodotto tensoriale di O_X-Moduli, O_X-Modulo Hom, funtorialità per O-Moduli secondo un morfismo di spazi anellati: funtore immagine diretta ed immagine inversa. III Parte del Corso: Algebra omologica in categorie abeliane e coomologia dei fasci. Categorie additive. Osservazioni, esempi ed esercizi. Esempi. Nuclei, conuclei, in una categoria additiva. Funtori additivi tra categorie additive. I funtori di Yoneda (a valori in Ab) sono additivi.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 03/11/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: O_X-Mod è additiva, per (X,O_X) spazio anellato. Ker e Coker per O_X -Moduli. Coimmagine ed immagine di un morfismo in una categoria additiva, morfismo canonico coim(f) -->im(f). Definizione di categoria abeliana. R-mod è abeliana.

O_X-Mod è abeliana, per (X,O_X) spazio anellato. Successioni esatte (corte e arbitrarie) in una categoria abeliana. Esempi. Funtori esatti a sinistra (lex), funtori esatti a destra (rex), funtori esatti, tra categorie abeliane. Esempi: tensorizzazione per un O_X-Modulo è rex, funtori Hom covarianti e controvarianti da O_X-Mod ad Ab o ad O_X-Mod sono lex, il funtore delle sezioni globali di un fascio abeliano o di un O_X-Modulo (a valori in Ab od O_X-Mod) è lex.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione X esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 08/11/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Oggetti iniettivi e proiettivi in una categoria abeliana. Caratterizzazioni equivalenti. Criterio di Baer per i moduli iniettivi. Definizione di categoria abeliana con abbastanza iniettivi/proiettivi. Caratterizzazione dei moduli iniettivi come moduli divisibili, su un dominio ad ideali principali. Se R è un anello commutativo, la categoria degli R-moduli ha abbastanza proiettivi ed abbastanza iniettivi (dimostrazione). Aggiunzione (stalk_x, i_{x, *}) su spazi anellati. Se (X,O_X) è uno spazio anellato, la categoria degli O_X-Moduli ha abbastanza iniettivi (dimostrazione).

sostituito da: ____________________

in collaborazione con: ____________________

Firma ____________________

X lezione X esercitazione □ laboratorio □ seminario

Data: 10/11/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: Categoria C(A) dei complessi in una categoria abeliana. La categoria C(A) è abeliana. Oggetto di coomologia di un complesso in una categoria abeliana. Funtori H^n:C(A) --> A, come funtori additivi. Teorema di embedding di Freyd (solo enunciato).

sostituito da: ____________________

in collaborazione con: ____________________

Firma ____________________

X lezione X esercitazione □ laboratorio □ seminario

Data: 15/11/16 ***Totale ore***: 3

Argomento: 5-lemma e Snake Lemma in una categoria abeliana (dimostrazione). Successione esatta lunga funtoriale in coomologia, associata ad una successione esatta corta di complessi in una categoria abeliana. Omotopia fra morfismi di complessi in una categoria additiva. Proprietà. Morfismi omotopi inducono la medesima mappa in coomologia. Categorie omotopiche K^{+,-.b}(C) di complessi in una categoria additiva C, come categorie additive.

Equivalenza omotopica di complessi.

sostituito da: ____________________

in collaborazione con: ____________________

Firma ____________________

X lezione X esercitazione □ laboratorio □ seminario

Data: 17/11/2016 ***Totale ore***: 3

Argomento: Categorie K^{+,b}(inj_A) e K^{-,b}(proj_A) in A abeliana.

Risoluzioni destre, risoluzioni sinistre. Risoluzioni (dex) iniettive, risoluzioni (sinistre) proiettive. Teorema di estensione di un morfismo f: X-->Y ad un morfismo da una risoluzione dex di X ad una risoluzione iniettiva di Y, unicità dell'estensione a meno di omotopia. Analogo per risoluzioni sinistre e risoluzioni proiettive. Due risoluzioni iniettive/proiettive sono omotopicamente equivalenti. Costruzione di un funtore I_A : A ---> K^+ (inj_A) di risoluzioni iniettive, per A abeliana con abbastanza iniettivi. Analogo proiettivo: P_A: A ---> K^-(proj_A), per A abeliana con abbastanza proiettivi.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione   X esercitazione   □ laboratorio   □ seminario

Data: 22/11/2016   ***Totale ore***: 3

Argomento: Definizione di funtori derivati destri RF per funtori lex e di funtori derivati sinsitri LF per funtori rex. Successioni esatte lunghe (delta-funtori) per funtori derivati. Esempi. Risoluzioni acicliche per un funtore. Risoluzioni piatte per R-moduli. Criterio di F-aciclicità generale. Fasci flabby. Iniettivi sono flabby, i flabby sono aciclici per le sezioni globali. Calcolo dei funtori derivati di F con risoluzioni F-acicliche. Esempi. Località della coomologia dei fasci. Mayer-Vietoris per la coomologia dei fasci.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione   X esercitazione   □ laboratorio   □ seminario

Data: 24/11/2016   ***Totale ore***: 3

Argomento: O_X-Moduli piatti su uno spazio anellato (X,O_X). Definizione dei funtori Tor per O_X-Moduli. Comparazione tra la coomologia del fascio costante su un anello commutativo R e coomologia singolare a coefficienti in R, su uno spazio X localmente contraibile. Fasci O(m), m intero, sulla retta proiettiva. O(-1) ha solo la sezione nulla. Spettro primo di un anello come spazio anellato.

sostituito da: ______________________________

in collaborazione con: ______________________________

Firma ______________________________

X lezione   X esercitazione   □ laboratorio   □ seminario

Lezioni	n. ore 51
Esercitazioni	n. ore
Laboratori	n. ore
Seminari d'esame	n. ore

Totale ore