n. compito 1

N. matricola

cognome _______________ nome _______________

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che $f(1,0,0) = (1,2,0)$, $f(0,1,0) = (1,0,0)$ e $f(0,0,1) = (0,0,1)$. La matrice di f nella base $\{(1,2,0),(1,0,0),(0,1,1)\}$ (in partenza ed in arrivo) è

R.1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

R.2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

R.3) nessuna delle altre risposte

R.4) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda n.2) Il sistema lineare, con parametro k, nelle incognite x, y, z $\begin{cases} -x & +2y & +z & = & 0 \\ kx & -y & & = & 0 \\ 2x & -y & +z & = & 0 \end{cases}$ ammette infinite soluzioni

R.1) Nessuna delle altre risposte

R.2) per ogni k reale che soddisfa $(k-1)^2 = 2$

R.3) per tutti i valori di $k < 1$

R.4) per ogni k reale che soddisfa $4k^2 - 8k + 4 = 0$

R.5) per $k = -\frac{2}{3}$

Domanda n.3) Il sistema , con parametro k, nelle incognite x, y, z $\begin{cases} x & +ky & +z & = & 0 \\ kx & -y & & = & 0 \\ 2x & -y & +z & = & 0 \end{cases}$ ammette infinite soluzioni

R.1) Nessuna delle altre risposte

R.2) per $k = -\frac{1}{4}$

R.3) per ogni k reale che soddisfa $(4k-3)^2 = 1$

R.4) per ogni k reale che soddisfa $k^2 + k - 1 = 0$

R.5) per tutti i valori di $k > -\frac{2}{5}$

Domanda n.4) Sia A una matrice reale 2×2 tale che $\det A = 0$. Allora

R.1) A non è diagonalizzabile.

R.2) 0 è un autovalore di A.

R.3) A è la matrice nulla.

R.4) A ha solo l'autovalore 0.

R.5) A non ha autovalori.

Domanda n.5) Siano $\underline{v}$ e $\underline{w}$ due vettori non nulli fra loro ortogonali e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione lineare definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{v})\underline{w}$. Allora

R.1) Il prodotto degli autovalori di T è diverso da 0

R.2) Nessuna delle altre risposte

R.3) T ammette tre autovalori distinti

R.4) T ammette solo l'autovalore $\lambda = 0$

R.5) T ammette due autovalori distinti

Domanda n.6) Sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ la trasformazione lineare definita da $T(\underline{i} + \underline{j}) = \underline{i} + \underline{j}$, $T(\underline{i} + \underline{k}) = \underline{j} + \underline{k}$, $T(\underline{i}) = \underline{0}$.

R.1) T non è diagonalizzabile, ma ammette due autovalori distinti che soddisfano entrambi l'equazione $3\lambda^7 + 2\lambda^4 - 5\lambda^3 = 0$

R.2) Nessuna delle altre risposte.

R.3) T è iniettiva e diagonalizzabile
R.4) T non è univocamente determinata dalle condizioni assegnate.
R.5) T è diagonalizzabile.

Domanda n.7) Siano $\underline{v}$ e $\underline{w}$ vettori geometrici con $\underline{w} \neq \underline{0}$. Sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$l'applicazione definita da $T(\underline{x}) = 2\underline{x} \wedge \underline{v} + (1-\alpha)\underline{w}$. Allora
R.1) T è lineare e iniettiva per $\alpha = 0$
R.2) T è lineare e iniettiva per $\alpha = 1$
R.3) T è non lineare e non iniettiva per $\alpha = 1$
R.4) T è lineare e non iniettiva per $\alpha = 1$
R.5) Nessuna delle altre risposte

Domanda n.8) Sia $\mathcal{V}$ lo spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ dei vettori geometrici nello spazio e $\underline{u}, \underline{v} \in \mathcal{V}$ entrambi non nulli e linearmente dipendenti. Allora l'insieme $\mathcal{R}_{u,v} := \left\{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid a\underline{u} + b\underline{v} = \underline{0}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2$
R.1) è uguale a $\{(0,0)\}$
R.2) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 1.
R.3) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 2.
R.4) nessuna delle altre risposte.
R.5) non è uno spazio vettoriale reale.

Domanda n.9) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. La distanza fra i due piani $3x - y + 5z + 5 = 0$ e $-9x + 3y - 16z + 2 = 0$ vale
R.1) 0
R.2) Nessuna delle altre risposte.
R.3) 3
R.4) $-\frac{3}{\sqrt{35}}$
R.5) $\frac{3}{\sqrt{35}}$

Domanda n.10) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. La distanza fra i due piani $x - 7y + 8z + 5 = 0$ e $-8x + 56y - 64z + 24 = 0$ vale
R.1) -1
R.2) 0
R.3) $\frac{2}{\sqrt{114}}$
R.4) $\frac{8}{\sqrt{114}}$
R.5) 2

Domanda n.11) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Sia r la retta $r : x + 3y + z = 0, x - y = 0$ ed s la retta $s : 3x + 9y + 3z + 3 = 0, x + 3z = 0$. La distanza fra r ed s è:
R.1) Nessuna delle altre risposte.
R.2) $\sqrt{13}$
R.3) $1/\sqrt{11}$
R.4) 1
R.5) $1/\sqrt{13}$
RISPOSTE CORRETTE: 34424142143

n. compito 2

N. matricola							

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Sia $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione definita da $T(x, y, z) = (e^x, e^z, e^y)$. Allora
R.1) T è lineare e non iniettiva.
R.2) T è lineare e iniettiva.
R.3) T è non lineare e non iniettiva.
R.4) T è non lineare e iniettiva.
R.5) T è non lineare e suriettiva.

Domanda n.2) Riferito lo spazio a un sistema di riferimento ortonormale, sono dati i punti $P_1 = (1, 0, 2)$, $P_2 = (2, 1, 1)$ e $P_3 = (k, 1, 5)$ dove k è un parametro. Esiste un solo piano passante per P_1, P_2, P_3 e l'origine O
R.1) per $k = 0$.
R.2) se $k = 4$.
R.3) per nessun valore di k.
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) per ogni valore di k.

Domanda n.3) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Sia α il piano passante per $(1, 3, 0), (-1, 0, 2), (1, 1, 1)$ed r la retta passante per l'origine del SdR e parallela alla retta $s : x + y + z = 1, x - 2y = 0$. Allora
R.1) r è incidente e non ortogonale ad α.
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) r giace su α.
R.4) r è incidente e ortogonale ad α.
R.5) r è parallela ad α, ma non giace su α.

Domanda n.4) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Siano P e Q i punti sull'asse delle x che distano 1 dalla retta $x = y = z$. Indicando con $(a, 0, 0)$ e $(b, 0, 0)$ le loro coordinate si ha
R.1) $a + b = 1$
R.2) $ab = 1$
R.3) $ab + a + b + 3/2 = 0$
R.4) $ab = 0$
R.5) $ab = -1$

Domanda n.5) Sia f un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

- f ha autovalori $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0$;
- f ha un autovettore $(1, -1, 0)$ di autovalore λ_1, un autovettore $(-1, 0, 1)$ di autovalore λ_2 ed un autovettore $(0, -1, 2)$ di autovalore λ_3.

Allora
R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) si ha $f(x, y, z) = (-3x - 4y - 2z, x + 2y + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.3) si ha $f(x, y, z) = (2z, x + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.4) si ha $f(x, y, z) = (x, -y, 0)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.5) f non è determinata univocamente dalle condizioni assegnate.

Domanda n.6) Sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ la trasformazione lineare definita da $T(\underline{i} + \underline{j}) = \underline{i} + \underline{j}$, $T(\underline{i} + \underline{k}) = \underline{j} + \underline{k}$, $T(\underline{i}) = \underline{0}$.
R.1) T è iniettiva e diagonalizzabile
R.2) T non è diagonalizzabile, ma ammette due autovalori distinti che soddisfano entrambi l'equazione $3\lambda^7 + 2\lambda^4 - 5\lambda^3 = 0$
R.3) T è diagonalizzabile.
R.4) T non è univocamente determinata dalle condizioni assegnate.

R.5) Nessuna delle altre risposte.

Domanda n.7) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \mapsto (z, y, x)$. Allora f

R.1) diagonalizzabile ma non iniettiva

R.2) biettiva e diagonalizzabile

R.3) biettiva ma non diagonalizzabile

R.4) iniettiva ma non suriettiva e npn diagonalizzabile

R.5) nessuna delle altre risposte

Domanda n.8) La dimensione su $\mathbb{R}$ del sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ generato da

$$\{(3, 2, 1, 5), (5, 3, 1, 9), (1, 1, 1, 1)\}$$

vale

R.1) 1.

R.2) 4.

R.3) 2.

R.4) 3.

R.5) 0.

Domanda n.9) Sia $T : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $T(x, y, z) = (x - y - z, -x + ay + az, 2x - 2ay - 2az)$ Allora $(1, 1, -2) \in Im\,T$

R.1) per un solo valore di a.

R.2) per nessun valore di a.

R.3) per ogni valore di a.

R.4) per infiniti valori di a.

R.5) nessuna delle altre risposte è giusta.

Domanda n.10) Sia $\mathcal{V}$ lo spazio vettoriale dei vettori geometrici (nello spazio) e $\underline{u}, \underline{v} \in \mathcal{V}$entrambi non nulli e linearmente dipendenti. Allora l'insieme $\mathcal{R}_{u,v} := \left\{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid a\underline{u} + b\underline{v} = \underline{0}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2$

R.1) è uguale a $\{(0, 0)\}$

R.2) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 2.

R.3) non è uno spazio vettoriale reale.

R.4) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 1.

R.5) nessuna delle altre risposte.

Domanda n.11) Siano $\underline{v}$ e $\underline{w}$ due vettori liberi entrambi non nulli e non paralleli tra loro e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{v})\underline{v} + (\underline{x} \cdot \underline{w})\underline{w}$. Allora

R.1) T è non lineare e non è iniettiva.

R.2) Nessuna delle altre risposte.

R.3) T è non lineare, ma è iniettiva.

R.4) T è lineare e Ker T è costituito da tutti e soli i vettori paralleli a $\underline{v} \wedge \underline{w}$.

R.5) T è lineare e Ker T è costituito da tutti e soli i vettori paralleli a $\underline{v} + \underline{w}$.

RISPOSTE CORRETTE: 42132223444

n. compito 3

N. matricola

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Il sistema $x+2y+3z=a, 2x+4y+6z=2b, 3x+5y+8z=3c$ ammette soluzioni esclusivamente se
R.1) $a=b=c$
R.2) $a=b$
R.3) $2a-3b+c=0$
R.4) nessuna delle altre risposte è giusta.
R.5) $3a-2b=0$

Domanda n.2) Sia $T:\mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $T(x,y,z)=(x-y-z, -x+ay+az, 2x-2ay-2az)$ Allora $(1,1,-2)\in Im\,T$
R.1) nessuna delle altre risposte è giusta.
R.2) per ogni valore di a.
R.3) per infiniti valori di a.
R.4) per un solo valore di a.
R.5) per nessun valore di a.

Domanda n.3) Fissiamo un sistema di riferimento $\mathcal{R}$ nello spazio. I punti aventi coordinate rispetto a $\mathcal{R}$ $(a-1,2,a),(a,0,1),(0,a,a+1),(2,3a,a-2)$, con $a\in\mathbb{R}$, sono complanari
R.1) se e soltanto se $a\neq 0$.
R.2) se e soltanto se $a\neq 0,1,2$.
R.3) per ogni valore di $a\in\mathbb{R}$.
R.4) se e soltanto se $a=0, \frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$
R.5) nessuna delle altre risposte.

Domanda n.4) Riferito lo spazio a un sistema di riferimento ortonormale, sono dati i punti $P_1=(1,0,2)$, $P_2=(2,1,1)$ e $P_3=(k,1,5)$ dove k è un parametro. Esiste un solo piano passante per P_1,P_2,P_3 e l'origine O
R.1) per ogni valore di k.
R.2) per nessun valore di k.
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) per $k=0$.
R.5) se $k=4$.

Domanda n.5) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. La distanza fra i due piani $3x-y+5z+5=0$ e $-9x+3y-16z+2=0$ vale
R.1) 3
R.2) $\frac{3}{\sqrt{35}}$
R.3) Nessuna delle altre risposte.
R.4) $-\frac{3}{\sqrt{35}}$
R.5) 0

Domanda n.6) Sia f un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ tale che

- f ha autovalori $\lambda_1=1, \lambda_2=-1, \lambda_3=0$;
- f ha un autovettore $(1,-1,0)$ di autovalore λ_1, un autovettore $(-1,0,1)$ di autovalore λ_2 ed un autovettore $(0,-1,2)$ di autovalore λ_3.

Allora
R.1) f non è determinata univocamente dalle condizioni assegnate.
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) si ha $f(x,y,z)=(x,-y,0)$ per ogni $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$
R.4) si ha $f(x,y,z)=(2z, x+z, 2x+2y+z)$ per ogni $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$
R.5) si ha $f(x,y,z)=(-3x-4y-2z, x+2y+z, 2x+2y+z)$ per ogni $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$

Domanda n.7) Sia $a \in \mathbb{R}$ e $f_a : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare (con parametro a) definita da $(x, y, z) \mapsto (x + y, ay, z)$. I valori reali di a per cui f_a è diagonalizzabile sono

R.1) $a \in \mathbb{R}$
R.2) $a \neq 1$
R.3) nessuna delle altre risposte.
R.4) $a = 1$
R.5) $a \neq 0$

Domanda n.8) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \mapsto (z, y, x)$. Allora f

R.1) iniettiva ma non suriettiva e npn diagonalizzabile
R.2) biettiva ma non diagonalizzabile
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) diagonalizzabile ma non iniettiva
R.5) biettiva e diagonalizzabile

Domanda n.9) Siano V e V' spazi vettoriali reali, entrambi di dimensione 6 su $\mathbb{R}$ e $f : V \to V'$ un'applicazione lineare. Allora

R.1) f può essere iniettivo pur non essendo suriettivo.
R.2) f è suriettivo ma non può essere iniettivo.
R.3) f è iniettivo se e soltanto se f è un isomorfismo.
R.4) f è iniettivo ma non può essere suriettivo.
R.5) nessuna delle altre risposte.

Domanda n.10) Siano $\underline{v}$ e $\underline{w}$ vettori geometrici tali che $\underline{v} \wedge \underline{w} \cdot \underline{t} = 0$per ogni vettore geometrico $\underline{t}$. Allora

R.1) $\underline{v}$ e $\underline{w}$ sono perpendicolari tra loro.
R.2) nessuna delle altre risposte.
R.3) $\underline{v}$ e $\underline{w}$ sono linearmente indipendenti.
R.4) $\underline{v}$ e $\underline{w}$ formano un angolo convesso di $\pi/3$.
R.5) $\underline{v}$ e $\underline{w}$ sono paralleli.

Domanda n.11) Sia $\mathcal{V}$ lo spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ dei vettori geometrici nello spazio e $\underline{u}, \underline{v} \in \mathcal{V}$ entrambi non nulli e linearmente dipendenti. Allora l'insieme $\mathcal{R}_{u,v} := \left\{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid a\underline{u} + b\underline{v} = \underline{0}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2$

R.1) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 2.
R.2) è uguale a $\{(0, 0)\}$
R.3) non è uno spazio vettoriale reale.
R.4) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 1.
R.5) nessuna delle altre risposte.

RISPOSTE CORRETTE: 23455525354

n. compito 4

N. matricola

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Sia $\underline{w}$ un versore (cioè $|\underline{w}| = 1$) e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{w})\underline{w}$. Allora

R.1) T non è lineare, ma $T(\underline{0}) = \underline{0}$.
R.2) T è lineare ed esiste qualche $\underline{x}$ tale che $T(T(\underline{x})) \neq T(\underline{x})$.
R.3) Nessuna delle altre risposte.
R.4) T è lineare e iniettiva.
R.5) T è lineare e $T(T(\underline{x})) = T(\underline{x})$ per ogni $\underline{x}$.

Domanda n.2) Sia $\mathcal{V}$ lo spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ dei vettori geometrici nello spazio e $\underline{u}, \underline{v} \in \mathcal{V}$ entrambi non nulli e linearmente dipendenti. Allora l'insieme $\mathcal{R}_{u,v} := \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid a\underline{u} + b\underline{v} = \underline{0}\} \subseteq \mathbb{R}^2$

R.1) è uguale a $\{(0, 0)\}$
R.2) nessuna delle altre risposte.
R.3) non è uno spazio vettoriale reale.
R.4) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 1.
R.5) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 2.

Domanda n.3) Se $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ è la base canonica di $\mathbf{R}^3$, sia $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ un'applicazione lineare tale che $T(\mathbf{e}_1) = 10^{18}\mathbf{e}_1 + \pi\mathbf{e}_2$, $T(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_1) = \sqrt{19}\mathbf{e}_3 + 10^{23}\mathbf{e}_2 - 619\mathbf{e}_1$ e $T(\mathbf{e}_3) = \sin(\pi/17)\mathbf{e}_2 - 45^3\mathbf{e}_3$. Allora si può affermare che

R.1) T è unica.
R.2) esistono infinite T siffatte.
R.3) non esiste nessuna T siffatta.
R.4) nessuna delle altre risposte.
R.5) esistono esattamente due T siffatte.

Domanda n.4) Siano

$$r : \begin{cases} x = z \\ y = z \end{cases}$$

e

$$r' : \begin{cases} x - 2z - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

le equazioni cartesiane delle rette r e r' in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Allora

R.1) r ed r' sono sghembe e la loro distanza vale 0.
R.2) nessuna delle altre risposte.
R.3) r ed r' sono incidenti e la loro distanza vale 0.
R.4) r ed r' sono sghembe e la loro distanza vale $\frac{2\sqrt{14}}{7}$.
R.5) r ed r' sono sghembe e la loro distanza vale $\frac{2}{7}$.

Domanda n.5) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. La distanza fra i due piani $3x - y + 5z + 5 = 0$ e $-9x + 3y - 16z + 2 = 0$ vale

R.1) 0
R.2) Nessuna delle altre risposte.
R.3) 3
R.4) $-\frac{3}{\sqrt{35}}$
R.5) $\frac{3}{\sqrt{35}}$

Domanda n.6) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Date le due rette, in forma parametrica, $r_1 : x = t + 1, y = t, z = t$ ed $r_2 : x = s, y = 2s + 1, z = s$ si ha

R.1) r_1 ed r_2 sono sghembe e la loro distanza è $= 1$
R.2) r_1 ed r_2 sono sghembe e la loro distanza è < 1
R.3) r_1 ed r_2 sono parallele e la loro distanza è < 1
R.4) r_1 ed r_2 sono incidenti,
R.5) r_1 ed r_2 sono sghembe e la loro distanza è > 1

Domanda n.7) Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $f(x) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ con $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Allora

R.1) f non ammette autovettori
R.2) Nesuna delle altre risposte.
R.3) Tutti gli autovettori di f sono fra loro paralleli
R.4) La somma degli autovalori di f è 3
R.5) $(1, 2, 1)$ è autovettore

Domanda n.8) Sia A una matrice reale 4×4, con rango diverso da 4. Allora:

R.1) A ha almeno un autovettore.
R.2) A ha almeno un autovalore ma non ha autovettori.
R.3) nessuna delle altre risposte.
R.4) A è necessariamente diagonalizzabile.
R.5) A ha quattro autovalori reali distinti.

Domanda n.9) Sia f un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

- f ha autovalori $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0$;
- f ha un autovettore $(1, -1, 0)$ di autovalore λ_1, un autovettore $(-1, 0, 1)$ di autovalore λ_2 ed un autovettore $(0, -1, 2)$ di autovalore λ_3.

Allora

R.1) si ha $f(x, y, z) = (2z, x + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) f non è determinata univocamente dalle condizioni assegnate.
R.4) si ha $f(x, y, z) = (-3x - 4y - 2z, x + 2y + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.5) si ha $f(x, y, z) = (x, -y, 0)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$

Domanda n.10) Il sistema , con parametro k, nelle incognite x, y, z $\begin{cases} x & +ky & +z & = & 0 \\ kx & -y & & = & 0 \\ 2x & -y & +z & = & 0 \end{cases}$ ammette infinite soluzioni

R.1) per ogni k reale che soddisfa $(4k - 3)^2 = 1$
R.2) per $k = -\frac{1}{4}$
R.3) Nessuna delle altre risposte
R.4) per ogni k reale che soddisfa $k^2 + k - 1 = 0$
R.5) per tutti i valori di $k > -\frac{2}{5}$

Domanda n.11) Un sistema lineare a coefficienti reali con termini noti nulli

R.1) ammette almeno una soluzione.
R.2) può non avere soluzioni.
R.3) ammette al massimo una soluzione.
R.4) ha soluzioni che non costituiscono uno spazio vettoriale reale.
R.5) ammette sempre infinite soluzioni.
RISPOSTE CORRETTE: 54141231441

n. compito 5

N. matricola							

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. La distanza del punto $P_0 = (1, -3, \sqrt{2})$ dal piano di equazione $x - 2y + \sqrt{2}z = 2$, vale

R.1) Nessuna delle altre risposte
R.2) 7
R.3) $\sqrt{7}$
R.4) 2/3
R.5) 0

Domanda n.2) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. Sia $\pi\ :\ 3x - 2y + z - 3 = 0$ l'equazione di un piano in tale SdR e sia P_α il punto di coordinate $(1, \alpha - 1, 3\alpha)$, con $\alpha \in \mathbb{R}$. I valori di α per i quali la distanza di P_α da π vale $\sqrt{14}$ sono

R.1) $\alpha = 1$.
R.2) $\alpha = 12$.
R.3) $\alpha = 12, 13, -15$.
R.4) $\alpha = 12, -16$.
R.5) Nessun valore di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Domanda n.3) Sia

$$\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 0 \\ 5x + y + z - 13 = 0 \end{cases}$$

l'equazione cartesiana di una retta r in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Allora r è

R.1) parallela al piano $z = 0$.
R.2) parallela al piano $y = 0$.
R.3) parallela al piano $x = 0$.
R.4) ortogonale al piano $x = 0$.
R.5) Nessuna delle altre risposte.

Domanda n.4) Siano $\underline{v}_1$ e $\underline{v}_2$ due versori ortogonali. Quanti vettori $\underline{x}$ sono soluzioni del seguente sistema?

$$\begin{cases} \underline{x} \wedge \underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2 = 0 \\ \underline{x} \cdot \underline{v}_1 = 2 \\ \underline{x} \cdot \underline{v}_2 = 10 \end{cases}$$

R.1) Nemmeno uno
R.2) Solo uno
R.3) Esattamente due
R.4) Infiniti
R.5) Nessuna delle altre risposte

Domanda n.5) Siano $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ vettori geometrici a due adue ortogonali e con moduli $|\underline{v}_1| = 2$, $|\underline{v}_2| = 1/2$, $|\underline{v}_3| = 3$. Siano poi $\underline{v} = 3\underline{v}_1 + 2\underline{v}_2 - \underline{v}_3$ $\underline{u} = 5\underline{v}_1 + \underline{v}_3$. Allora, il prodotto scalare $\underline{u} \cdot \underline{v}$ vale

R.1) 0
R.2) 24
R.3) 51
R.4) 60
R.5) Nessuna delle altre risposte.

Domanda n.6) Sia $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ una base ortonormale dello spazio vettoriale $\mathcal{V}$ dei vettori geometrici e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione lineare tale che $T(\underline{i}) = \underline{j}$, $T(\underline{j}) = \underline{k}$ e $T(\underline{k}) = \underline{i}$. Allora

R.1) T è iniettiva ed esiste un vettore $\underline{v}$ tale che $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) \neq \underline{v} \cdot \underline{v}$.
R.2) T non è iniettiva e $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) = \underline{v} \cdot \underline{v}$ per ogni $\underline{v} \in \mathcal{V}$.
R.3) T è iniettiva e $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) = \underline{v} \cdot \underline{v}$ per ogni $\underline{v} \in \mathcal{V}$.
R.4) T non è iniettiva ed esiste un vettore $\underline{v}$ tale che $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) \neq \underline{v} \cdot \underline{v}$.
R.5) Nessuna delle altre risposte

Domanda n.7) Sia f un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

- f ha autovalori $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0$;
- f ha un autovettore $(1, -1, 0)$ di autovalore λ_1, un autovettore $(-1, 0, 1)$ di autovalore λ_2 ed un autovettore $(0, -1, 2)$ di autovalore λ_3.

Allora
R.1) si ha $f(x, y, z) = (2z, x + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) si ha $f(x, y, z) = (x, -y, 0)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.4) si ha $f(x, y, z) = (-3x - 4y - 2z, x + 2y + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.5) f non è determinata univocamente dalle condizioni assegnate.

Domanda n.8) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \mapsto (z, y, x)$. Allora f
R.1) nessuna delle altre risposte
R.2) iniettiva ma non suriettiva e npn diagonalizzabile
R.3) diagonalizzabile ma non iniettiva
R.4) biettiva ma non diagonalizzabile
R.5) biettiva e diagonalizzabile

Domanda n.9) Si consideri la matrice reale $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix}$. Individuare l'unica affermazione corretta fra le seguenti.
R.1) Se $b = c$, gli autovalori di A sono sicuramente negativi
R.2) Se $b = 0$, allora A è diagonalizzabile
R.3) Se $c = a$, gli autovalori di A sono sicuramente positivi
R.4) Se $b > 0$ e $c > 0$, allora esistono due autovalori distinti reali
R.5) Nessuna delle altre risposte.

Domanda n.10) Sia $T : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $T(x, y, z) = (x - y - z, -x + ay + az, 2x - 2ay - 2az)$ Allora $(1, 1, -2) \in Im T$
R.1) per nessun valore di a.
R.2) nessuna delle altre risposte è giusta.
R.3) per ogni valore di a.
R.4) per infiniti valori di a.
R.5) per un solo valore di a.

Domanda n.11) Sia A una matrice reale 2×2. Allora $A \cdot A$ è la matrice nulla se e solo se
R.1) A non è la matrice identica.
R.2) $A_{1,2} = 0$.
R.3) $\det(A) = 0$.
R.4) nessuna delle altre risposte.
R.5) A è la matrice nulla.
RISPOSTE CORRETTE: 34323345444

n. compito 6

N. matricola

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Sia $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ una base ortonormale e positiva di $\mathcal{V}$, e $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ la trasformazione lineare data da $T(\underline{x}) = \underline{x} \wedge \underline{i} + \underline{x}$.

R.1) T non è iniettiva e $T(\underline{i}) = \underline{i}$

R.2) T è iniettiva e $T(\underline{k}) = -\underline{j} - \underline{k}$

R.3) T non è iniettiva e $T(\underline{i}) = \underline{k}$

R.4) Nessuna delle altre risposte

R.5) T è iniettiva e $T(\underline{i}) = \underline{i}$

Domanda n.2) Sia $\mathcal{V}$ lo spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ dei vettori geometrici nello spazio, $\{(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})\}$ una base ortonormale positivamente orientata e $\underline{u} = \underline{i} - \underline{j}$. Allora l'applicazione $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ definita, per ogni $\underline{v} \in \mathcal{V}$, da $T(\underline{v}) = \underline{u} \wedge \underline{v} - \underline{v}$

R.1) è lineare ed iniettiva.

R.2) è lineare e non suriettiva.

R.3) ha nucleo di dimensione 3.

R.4) è lineare e non iniettiva.

R.5) non è lineare.

Domanda n.3) Sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ la trasformazione lineare definita da $T(\underline{i}+\underline{j}) = \underline{i}+\underline{j}$, $T(\underline{i}+\underline{k}) = \underline{j}+\underline{k}$, $T(\underline{i}) = \underline{0}$.

R.1) T è diagonalizzabile.

R.2) T è iniettiva e diagonalizzabile

R.3) T non è diagonalizzabile, ma ammette due autovalori distinti che soddisfano entrambi l'equazione $3\lambda^7 + 2\lambda^4 - 5\lambda^3 = 0$

R.4) Nessuna delle altre risposte.

R.5) T non è univocamente determinata dalle condizioni assegnate.

Domanda n.4) Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 : (x, y) \mapsto (x + y, x + 3y)$ e sia $\mathcal{B} = \{(1, 1), (1, -1)\}$. La matrice $M_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f)$ di f nella base $\mathcal{B}$ (in partenza ed in arrivo) è

R.1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

R.2) $\begin{pmatrix} 5/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

R.3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

R.4) nessuna delle altre risposte

R.5) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Domanda n.5) Sia A una matrice reale 2×2 tale che $\det A = 0$. Allora

R.1) A non è diagonalizzabile.

R.2) A ha solo l'autovalore 0.

R.3) A è la matrice nulla.

R.4) 0 è un autovalore di A.

R.5) A non ha autovalori.

Domanda n.6) Sia $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ un'applicazione lineare tale che $T((1, 1)) = (1, 0)$ e $T((1, 0)) = (0, 0)$. Posto $T^2((x, y)) = T(T((x, y)))$ si ha che

R.1) $T^2((4, 2)) = (0, 0)$

R.2) $T^2((2, 1)) = (1, 1)$

R.3) $T^2((1, 2)) = (0, 2)$

R.4) Nessuna delle altre risposte

R.5) $T^2((1, 1)) = (1, 0)$

Domanda n.7) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Si considerino le rette di equazioni $r : x = 2t \quad , y = t - 1 \quad , z = -2t$ (di parametro t) ed $r' : x = s - 1 \quad , y = 3s, \quad z = s$ (di parametro s) Sia poi α il piano contenente r e parallelo ad s. Il punto P intersezione di α con l'asse x ha coordinate

R.1) $(1/7, 0, 0)$
R.2) $(1, 0, 0)$
R.3) $(-4/7, 0, 0)$
R.4) $(-1, 0, 0)$
R.5) $(4/7, 0, 0)$

Domanda n.8) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. La distanza fra i due piani $x - 7y + 8z + 5 = 0$ e $-8x + 56y - 64z + 24 = 0$ vale

R.1) -1
R.2) $\frac{2}{\sqrt{114}}$
R.3) $\frac{8}{\sqrt{114}}$
R.4) 2
R.5) 0

Domanda n.9) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo con base dei vettori geometrici $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$. Sia r la retta passante per il punto A di coordinate $(1, 0, 0)$ e parallela al vettore $\underline{v}_r = -\underline{i} + \underline{j} + 2\underline{k}$, e sia s la retta passante per i punto B di coordinate $(1, -1, -1)$ e parallela al vettore $\underline{v}_s = -\underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k}$. La distanza d fra r ed s è:

R.1) 1
R.2) $\sqrt{3}$
R.3) Nessuna delle altre risposte
R.4) 2
R.5) $\sqrt{5}$

Domanda n.10) Il sistema $x + 2y + 3z = a, 2x + 4y + 6z = 2b, 3x + 5y + 8z = 3c$ ammette soluzioni esclusivamente se

R.1) $3a - 2b = 0$
R.2) nessuna delle altre risposte è giusta.
R.3) $2a - 3b + c = 0$
R.4) $a = b$
R.5) $a = b = c$

Domanda n.11) Si consideri il sottospazio vettoriale W di $\mathbb{R}^4$ generato da $\{(1, 2, 1, 3), (0, 1, 3, 2), (2, 3, -1, 4)\}$. Sia $u = \frac{1}{3}(7, 9, -8, 11)$. Allora

R.1) $\dim_{\mathbb{R}} W = 1$ e $u \notin W$.
R.2) $\dim_{\mathbb{R}} W = 1$ e $u \in W$.
R.3) $\dim_{\mathbb{R}} W = 2$ e $u \in W$.
R.4) nessuna delle altre risposte.
R.5) $\dim_{\mathbb{R}} W = 3$ e $u \in W$.

RISPOSTE CORRETTE: 51334153343

n. compito 7

N. matricola

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Siano $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ vettori geometrici a due adue ortogonali e con moduli $|\underline{v}_1| = 2$, $|\underline{v}_2| = 1/2$, $|\underline{v}_3| = 3$. Siano poi $\underline{v} = 3\underline{v}_1 + 2\underline{v}_2 - \underline{v}_3$ $\underline{u} = 5\underline{v}_1 + \underline{v}_3$. Allora, il prodotto scalare $\underline{u} \cdot \underline{v}$ vale

R.1) 24
R.2) 60
R.3) 0
R.4) Nessuna delle altre risposte.
R.5) 51

Domanda n.2) Sia $\underline{w}$ un versore (cioè $|\underline{w}| = 1$) e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{w})\underline{w}$. Allora

R.1) T non è lineare, ma $T(\underline{0}) = \underline{0}$.
R.2) Nessuna delle altre risposte.
R.3) T è lineare e iniettiva.
R.4) T è lineare ed esiste qualche $\underline{x}$ tale che $T(T(\underline{x})) \neq T(\underline{x})$.
R.5) T è lineare e $T(T(\underline{x})) = T(\underline{x})$ per ogni $\underline{x}$.

Domanda n.3) Sia $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ una base ortonormale dello spazio vettoriale $\mathcal{V}$ dei vettori geometrici e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione lineare tale che $T(\underline{i}) = \underline{j}$, $T(\underline{j}) = \underline{k}$ e $T(\underline{k}) = \underline{i}$. Allora

R.1) T non è iniettiva ed esiste un vettore $\underline{v}$ tale che $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) \neq \underline{v} \cdot \underline{v}$.
R.2) T è iniettiva ed esiste un vettore $\underline{v}$ tale che $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) \neq \underline{v} \cdot \underline{v}$.
R.3) T è iniettiva e $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) = \underline{v} \cdot \underline{v}$ per ogni $\underline{v} \in \mathcal{V}$.
R.4) T non è iniettiva e $T(\underline{v}) \cdot T(\underline{v}) = \underline{v} \cdot \underline{v}$ per ogni $\underline{v} \in \mathcal{V}$.
R.5) Nessuna delle altre risposte

Domanda n.4) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(3,3)$$

è diagonalizzabile

R.1) per ogni valore di α, β e γ.
R.2) nessuna delle altre risposte.
R.3) se e solo se $\alpha = \gamma = 0$.
R.4) se e solo se $\beta = 0$.
R.5) se e solo se $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

Domanda n.5) Sia f un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

- f ha autovalori $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0$;
- f ha un autovettore $(1, -1, 0)$ di autovalore λ_1, un autovettore $(-1, 0, 1)$ di autovalore λ_2 ed un autovettore $(0, -1, 2)$ di autovalore λ_3.

Allora

R.1) si ha $f(x, y, z) = (x, -y, 0)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.2) si ha $f(x, y, z) = (-3x - 4y - 2z, x + 2y + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.3) si ha $f(x, y, z) = (2z, x + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) f non è determinata univocamente dalle condizioni assegnate.

Domanda n.6) Siano $\underline{v}$ e $\underline{w}$ due vettori non nulli fra loro ortogonali e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione lineare definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{v})\underline{w}$. Allora

R.1) T ammette tre autovalori distinti
R.2) T ammette solo l'autovalore $\lambda = 0$
R.3) Il prodotto degli autovalori di T è diverso da 0
R.4) Nessuna delle altre risposte

R.5) T ammette due autovalori distinti

Domanda n.7) Sia Sol(S) l'insieme delle soluzioni reali del sistema lineare

$$\begin{cases} x+2y+z+t=1 \\ -x-y-t=2 \end{cases}$$

Allora

R.1) Sol(S) ha dimensione 1.
R.2) Sol(S) ha dimensione 3.
R.3) Sol(S) ha dimensione 2.
R.4) Sol(S) ha dimensione 5.
R.5) Sol(S) ha dimensione 4.

Domanda n.8) Un sistema lineare a coefficienti reali con termini noti nulli

R.1) ha soluzioni che non costituiscono uno spazio vettoriale reale.
R.2) può non avere soluzioni.
R.3) ammette almeno una soluzione.
R.4) ammette sempre infinite soluzioni.
R.5) ammette al massimo una soluzione.

Domanda n.9) Le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 3+2t \\ y = 2 \\ z = 2-\frac{t}{2} \end{cases}$$

e

$$r' : \begin{cases} x = 11-4s \\ y = 2 \\ z = s \end{cases}$$

sono tra loro

R.1) parallele e distinte.
R.2) incidenti in un punto.
R.3) sghembe.
R.4) nessuna delle altre risposte
R.5) coincidenti.

Domanda n.10) Fissiamo un sistema di riferimento $\mathcal{R}$ nello spazio. Si considerino i tre piani definiti dalle equazioni cartesiane

$$\pi \ : \ 2x-3y+z-3=0,$$

$$\pi' \ : \ -5x+2y-z=0,$$

$$\pi'' \ : \ x+4y+15=0.$$

Allora

R.1) i tre piani sono paralleli.
R.2) $\pi\cap\pi' = r_1$, $\pi\cap\pi'' = r_2$ e $\pi'\cap\pi'' = r_3$, dove r_1, r_2, r_3 sono rette distinte e parallele.
R.3) i tre piani si incontrano in un punto.
R.4) i tre piani si incontrano in una retta.
R.5) i tre piani sono paralleli e due di essi coincidono.

Domanda n.11) Fissiamo un sistema di riferimento $\mathcal{R}$ nello spazio. I punti aventi coordinate rispetto a $\mathcal{R}$ $(a-1,2,a), (a,0,1), (0,a,a+1), (2,3a,a-2)$, con $a\in\mathbb{R}$, sono complanari

R.1) per ogni valore di $a\in\mathbb{R}$.
R.2) se e soltanto se $a\neq 0,1,2$.
R.3) se e soltanto se $a = 0, \frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$
R.4) nessuna delle altre risposte.
R.5) se e soltanto se $a\neq 0$.

RISPOSTE CORRETTE: 55352233533

n. compito 8

N. matricola							

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Si consideri il sottospazio vettoriale W di $\mathbb{R}^4$ generato da $\{(1,2,1,3),(0,1,3,2),(2,3,-1,4)\}$. Sia $u = \frac{1}{3}(7,9,-8,11)$. Allora

R.1) $\dim_{\mathbb{R}} W = 3$ e $u \in W$.
R.2) $\dim_{\mathbb{R}} W = 2$ e $u \in W$.
R.3) nessuna delle altre risposte.
R.4) $\dim_{\mathbb{R}} W = 1$ e $u \notin W$.
R.5) $\dim_{\mathbb{R}} W = 1$ e $u \in W$.

Domanda n.2) Il sistema, con parametro $\lambda \in \mathbb{R}$,

$$\begin{cases} 5x & -3y & +2z & +4t & = 3 \\ 4x & -2y & +3z & +7t & = 1 \\ 8x & -6y & -z & -5t & = 9 \\ 7x & -3y & +7z & +17t & = \lambda \end{cases}$$

ha soluzioni

R.1) per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$.
R.2) nessuna delle altre risposte.
R.3) per nessun valore di λ.
R.4) se e soltanto se $\lambda \neq 0$
R.5) se e soltanto se $\lambda = 0$.

Domanda n.3) Sia $\mathcal{V}$ lo spazio vettoriale dei vettori geometrici (nello spazio) e $\underline{u}, \underline{v} \in \mathcal{V}$entrambi non nulli e linearmente dipendenti. Allora l'insieme $\mathcal{R}_{u,v} := \left\{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid a\underline{u} + b\underline{v} = \underline{0}\right\} \subseteq \mathbb{R}^2$

R.1) nessuna delle altre risposte.
R.2) non è uno spazio vettoriale reale.
R.3) è uguale a $\{(0,0)\}$
R.4) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 2.
R.5) è uno spazio vettoriale reale di dimensione 1.

Domanda n.4) Sia $\mathcal{V}$ lo spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ dei vettori geometrici nello spazio, $\left\{(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})\right\}$ una base ortonormale positivamente orientata e $\underline{u} = \underline{i} - \underline{j}$. Allora l'applicazione $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ definita, per ogni $\underline{v} \in \mathcal{V}$, da $T(\underline{v}) = \underline{u} \wedge \underline{v} - \underline{v}$

R.1) non è lineare.
R.2) ha nucleo di dimensione 3.
R.3) è lineare e non suriettiva.
R.4) è lineare ed iniettiva.
R.5) è lineare e non iniettiva.

Domanda n.5) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Sia α il piano passante per $(1,3,0),(-1,0,2),(1,1,1)$ed r la retta passante per l'origine del SdR e parallela alla retta s : $x+y+z=1, x-2y=0$. Allora

R.1) r è incidente e non ortogonale ad α.
R.2) r giace su α.
R.3) nessuna delle altre risposte
R.4) r è parallela ad α, ma non giace su α.
R.5) r è incidente e ortogonale ad α.

Domanda n.6) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. La distanza fra i due piani $x - 7y + 8z + 5 = 0$ e $-8x + 56y - 64z + 24 = 0$ vale

R.1) 0
R.2) 2
R.3) -1
R.4) $\frac{2}{\sqrt{114}}$

R.5) $\frac{8}{\sqrt{114}}$
Domanda n.7) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Il piano passante per $P \equiv (0, 1, -1)$, $Q \equiv (3, 2, 1)$ eparallelo al vettore $5\underline{k}$, ha equazione
R.1) $2x - 2y + z = 0$
R.2) nessuna delle altre risposte
R.3) $x - 3y + 3 = 0$
R.4) $-x + y + z = 0$
Domanda n.8) Sia A una matrice reale 2×2 tale che $\det A = 0$. Allora
R.1) A non ha autovalori.
R.2) A ha solo l'autovalore 0.
R.3) 0 è un autovalore di A.
R.4) A non è diagonalizzabile.
R.5) A è la matrice nulla.
Domanda n.9) Sia f un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

- f ha autovalori $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0$;
- f ha un autovettore $(1, -1, 0)$ di autovalore λ_1, un autovettore $(-1, 0, 1)$ di autovalore λ_2 ed un autovettore $(0, -1, 2)$ di autovalore λ_3.

Allora
R.1) f non è determinata univocamente dalle condizioni assegnate.
R.2) si ha $f(x, y, z) = (x, -y, 0)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.3) si ha $f(x, y, z) = (2z, x + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.4) si ha $f(x, y, z) = (-3x - 4y - 2z, x + 2y + z, 2x + 2y + z)$ per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
R.5) nessuna delle altre risposte
Domanda n.10) Siano $\underline{v}$ e $\underline{w}$ due vettori non nulli fra loro ortogonali e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione lineare definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{v})\underline{w}$. Allora
R.1) Il prodotto degli autovalori di T è diverso da 0
R.2) T ammette tre autovalori distinti
R.3) T ammette solo l'autovalore $\lambda = 0$
R.4) Nessuna delle altre risposte
R.5) T ammette due autovalori distinti
Domanda n.11) Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che $f(1, 0, 0) = (1, 2, 0)$, $f(0, 1, 0) = (1, 0, 0)$ e $f(0, 0, 1) = (0, 0, 1)$. La matrice di f nella base $\{(1, 2, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 1)\}$ (in partenza ed in arrivo) è
R.1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
R.2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
R.3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
R.4) nessuna delle altre risposte
RISPOSTE CORRETTE: 25541533434

n. compito 9

N. matricola

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Sia $\underline{w}$ un versore (cioè $|\underline{w}| = 1$) e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{w})\underline{w}$. Allora

R.1) T non è lineare, ma $T(\underline{0}) = \underline{0}$.
R.2) Nessuna delle altre risposte.
R.3) T è lineare e iniettiva.
R.4) T è lineare e $T(T(\underline{x})) = T(\underline{x})$ per ogni $\underline{x}$.
R.5) T è lineare ed esiste qualche $\underline{x}$ tale che $T(T(\underline{x})) \neq T(\underline{x})$.

Domanda n.2) Sia $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ una base ortonormale positivamente orientata e siano $\underline{v} = 2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k}$, $\underline{w} = \underline{i} - \underline{j} + 2\underline{k}$. Allora, $\underline{v} \wedge \underline{w}$ vale

R.1) $\underline{0}$
R.2) $\underline{i} - 5\underline{j} - 3\underline{k}$
R.3) nessuna delle altre risposte.
R.4) $-3\underline{i} - \underline{j} - 5\underline{k}$
R.5) $\underline{i} - 5\underline{j}$

Domanda n.3) Sia A una matrice reale 2×2. Allora $A \cdot A$ è la matrice nulla se e solo se

R.1) $\det(A) = 0$.
R.2) A è la matrice nulla.
R.3) nessuna delle altre risposte.
R.4) A non è la matrice identica.
R.5) $A_{1,2} = 0$.

Domanda n.4) Il sistema , con parametro k, nelle incognite x, y, z $\begin{cases} x & +ky & +z & = & 0 \\ kx & -y & & = & 0 \\ 2x & -y & +z & = & 0 \end{cases}$ ammette infinite soluzioni

R.1) per ogni k reale che soddisfa $(4k-3)^2 = 1$
R.2) Nessuna delle altre risposte
R.3) per tutti i valori di $k > -\frac{2}{5}$
R.4) per ogni k reale che soddisfa $k^2 + k - 1 = 0$
R.5) per $k = -\frac{1}{4}$

Domanda n.5) Fissiamo un sistema di riferimento $\mathcal{R}$ nello spazio. Si considerino i tre piani definiti dalle equazioni cartesiane

$$\pi \ : \ 2x - 3y + z - 3 = 0,$$

$$\pi' \ : \ -5x + 2y - z = 0,$$

$$\pi'' \ : \ x + 4y + 15 = 0.$$

Allora

R.1) $\pi \cap \pi' = r_1$, $\pi \cap \pi'' = r_2$ e $\pi' \cap \pi'' = r_3$, dove r_1, r_2, r_3 sono rette distinte e parallele.
R.2) i tre piani sono paralleli e due di essi coincidono.
R.3) i tre piani sono paralleli.
R.4) i tre piani si incontrano in un punto.
R.5) i tre piani si incontrano in una retta.

Domanda n.6) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. Sia $\pi \ : \ 3x - 2y + z - 3 = 0$ l'equazione di un piano in tale SdR e sia P_α il punto di coordinate $(1, \alpha - 1, 3\alpha)$, con $\alpha \in \mathbb{R}$. I valori di α per i quali la distanza di P_α da π vale $\sqrt{14}$ sono

R.1) $\alpha = 1$.
R.2) $\alpha = 12, 13, -15$.
R.3) $\alpha = 12$.
R.4) Nessun valore di $\alpha \in \mathbb{R}$.

R.5) $\alpha = 12, -16$.

Domanda n.7) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. Si considerino le rette di equazioni $r : x = 2t \quad , y = t - 1 \quad , z = -2t$ (di parametro t) ed $r' : x = s - 1 \quad , y = 3s, \quad z = s$ (di parametro s) Sia poi α il piano contenente r e parallelo ad s. Il punto P intersezione di α con l'asse x ha coordinate

R.1) $(1/7, 0, 0)$

R.2) $(1, 0, 0)$

R.3) $(4/7, 0, 0)$

R.4) $(-1, 0, 0)$

R.5) $(-4/7, 0, 0)$

Domanda n.8) Sia $a \in \mathbb{R}$ e $f_a : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare (con parametro a) definita da $(x, y, z) \mapsto (x + y, ay, z)$. I valori reali di a per cui f_a è diagonalizzabile sono

R.1) $a \in \mathbb{R}$

R.2) nessuna delle altre risposte.

R.3) $a = 1$

R.4) $a \neq 1$

R.5) $a \neq 0$

Domanda n.9) Sia A una matrice reale 2×2 tale che $\det A = 0$. Allora

R.1) A ha solo l'autovalore 0.

R.2) A è la matrice nulla.

R.3) 0 è un autovalore di A.

R.4) A non ha autovalori.

R.5) A non è diagonalizzabile.

Domanda n.10) Si consideri la matrice reale $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix}$. Individuare l'unica affermazione corretta fra le seguenti.

R.1) Se $b > 0$ e $c > 0$, allora esistono due autovalori distinti reali

R.2) Se $b = c$, gli autovalori di A sono sicuramente negativi

R.3) Nessuna delle altre risposte.

R.4) Se $b = 0$, allora A è diagonalizzabile

R.5) Se $c = a$, gli autovalori di A sono sicuramente positivi

Domanda n.11) Si consideri la matrice reale

$$A_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda^3 & (\lambda - 17)^5 & \lambda^3 - 7 \\ 0 & \lambda^2 & (\lambda^2 + 13)^3 & \lambda^{3/2} - 37 \\ 0 & 0 & \lambda^5 & \lambda^{13} + 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^8 \end{pmatrix},$$

per $\lambda \in \mathbb{R}$. Allora A_λ è invertibile

R.1) se e soltanto se $\lambda \neq 0$.

R.2) per ogni valore di $\lambda \in \mathbb{R}$.

R.3) per nessun valore di $\lambda \in \mathbb{R}$.

R.4) nessuna delle altre risposte.

R.5) se e soltanto se $\lambda \neq 0, 17, 7^{3/2}, 37^{2/3}, (-1)^{1/13}$.

RISPOSTE CORRETTE: 42344534311

n. compito 10

N. matricola

cognome nome

Risposte												
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Scrivere il numero della risposta sopra alla corrispondente domanda C.d.L

Domanda n.1) Sia $T : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $T(x, y, z) = (x - y - z, -x + ay + az, 2x - 2ay - 2az)$ Allora $(1, 1, -2) \in Im\, T$

R.1) per nessun valore di a.
R.2) per ogni valore di a.
R.3) nessuna delle altre risposte è giusta.
R.4) per un solo valore di a.
R.5) per infiniti valori di a.

Domanda n.2) Il sistema $x + 2y + 3z = a, 2x + 4y + 6z = 2b, 3x + 5y + 8z = 3c$ ammette soluzioni esclusivamente se

R.1) nessuna delle altre risposte è giusta.
R.2) $3a - 2b = 0$
R.3) $a = b$
R.4) $2a - 3b + c = 0$
R.5) $a = b = c$

Domanda n.3) Sia $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ una base ortonormale positivamente orientata di $\mathcal{V}$ su $\mathbb{R}$. Sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione lineare data da $T(\underline{v}) = \underline{v} \wedge (\underline{i} + \underline{j} + \underline{k})$. Allora

R.1) T non è biiettiva
R.2) T è suriettiva ma non iniettiva
R.3) Nessuna delle altre risposte
R.4) T è iniettiva ma non è suriettiva
R.5) T è biiettiva

Domanda n.4) Sia $\underline{w}$ un versore (cioè $|\underline{w}| = 1$) e sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ l'applicazione definita da $T(\underline{x}) = (\underline{x} \cdot \underline{w})\underline{w}$. Allora

R.1) T è lineare ed esiste qualche $\underline{x}$ tale che $T(T(\underline{x})) \neq T(\underline{x})$.
R.2) T è lineare e $T(T(\underline{x})) = T(\underline{x})$ per ogni $\underline{x}$.
R.3) Nessuna delle altre risposte.
R.4) T non è lineare, ma $T(\underline{0}) = \underline{0}$.
R.5) T è lineare e iniettiva.

Domanda n.5) Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $f(x) = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ con $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Allora

R.1) Tutti gli autovettori di f sono fra loro paralleli
R.2) Nesuna delle altre risposte.
R.3) $(1, 2, 1)$ è autovettore
R.4) La somma degli autovalori di f è 3
R.5) f non ammette autovettori

Domanda n.6) Si consideri la matrice reale $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix}$. Individuare l'unica affermazione corretta fra le seguenti.

R.1) Se $b > 0$ e $c > 0$, allora esistono due autovalori distinti reali
R.2) Se $b = c$, gli autovalori di A sono sicuramente negativi
R.3) Se $c = a$, gli autovalori di A sono sicuramente positivi
R.4) Se $b = 0$, allora A è diagonalizzabile
R.5) Nessuna delle altre risposte.

Domanda n.7) Sia $T : \mathcal{V} \to \mathcal{V}$ la trasformazione lineare definita da $T(\underline{i} + \underline{j}) = \underline{i} + \underline{j}$, $T(\underline{i} + \underline{k}) = \underline{j} + \underline{k}$, $T(\underline{i}) = \underline{0}$.

R.1) Nessuna delle altre risposte.
R.2) T è iniettiva e diagonalizzabile
R.3) T non è univocamente determinata dalle condizioni assegnate.
R.4) T è diagonalizzabile.
R.5) T non è diagonalizzabile, ma ammette due autovalori distinti che soddisfano entrambi l'equazione $3\lambda^7 + 2\lambda^4 - 5\lambda^3 = 0$

Domanda n.8) Si consideri la matrice reale

$$A_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda - 1 \\ 1 & \lambda + 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix},$$

per $\lambda \in \mathbb{R}$. Se $f_\lambda : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ è l'applicazione $\underline{x} \mapsto A_\lambda \cdot \underline{x}^t$, allora
R.1) $\dim_{\mathbb{R}} \mathrm{Im} f_\lambda = 2$ solo se $\lambda \neq -1, 1$.
R.2) $\dim_{\mathbb{R}} \mathrm{Im} f_\lambda = 2$ solo se $\lambda \neq 0, -1, 1$.
R.3) f_λ è suriettiva per $\lambda \geq 0$.
R.4) $\dim_{\mathbb{R}} \mathrm{Im} f_\lambda = 2$ solo se $\lambda \neq 0$.
R.5) $\dim_{\mathbb{R}} \mathrm{Im} f_\lambda = 2$ per ogni valore di $\lambda \in \mathbb{R}$.

Domanda n.9) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale. La distanza fra i due piani $3x - y + 5z + 5 = 0$ e $-9x + 3y - 16z + 2 = 0$ vale
R.1) 3
R.2) $-\frac{3}{\sqrt{35}}$
R.3) Nessuna delle altre risposte.
R.4) 0
R.5) $\frac{3}{\sqrt{35}}$

Domanda n.10) Fissiamo un sistema di riferimento $\mathcal{R}$ nello spazio. I punti aventi coordinate rispetto a $\mathcal{R}$ $(a-1, 2, a), (a, 0, 1), (0, a, a+1), (2, 3a, a-2)$, con $a \in \mathbb{R}$, sono complanari
R.1) per ogni valore di $a \in \mathbb{R}$.
R.2) se e soltanto se $a \neq 0, 1, 2$.
R.3) nessuna delle altre risposte.
R.4) se e soltanto se $a \neq 0$.
R.5) se e soltanto se $a = 0, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$

Domanda n.11) Lavoriamo in un sistema di riferimento ortonormale e positivo. La distanza del punto $P_0 = (1, -3, \sqrt{2})$ dal piano di equazione $x - 2y + \sqrt{2}z = 2$, vale
R.1) 2/3
R.2) 7
R.3) 0
R.4) Nessuna delle altre risposte
R.5) $\sqrt{7}$
RISPOSTE CORRETTE: 53121155455