

# Corso di Laurea in Ingegneria Civile

## Analisi Matematica I

Lezioni A.A. 99/2000 , prof. G. Stefani  
20 Settembre - 18 Dicembre

### 1 Prima settimana

#### 1. Lun. 20 Set.

Prerequisiti al corso: elementi teoria degli insiemi, numeri e operazioni, espressioni algebriche, equazioni e disequazioni, piano cartesiano ed equazioni della retta, funzioni trigonometriche di un angolo e relazioni, triangolo rettangolo, formule di addizione e prostaferesi (da ricavare dalle precedenti).

#### 2. Lun. 20 Set.

La retta reale. Proprieta' algebriche dei numeri reali, relazione d'ordine. Esempi di equazioni e disequazioni di primo grado con parametri.

#### 3. Mar. 21 Set.

Estremo inferiore e superiore. Assioma di continuita'. Valore assoluto e proprieta'.  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ .

#### 4. Mar. 21 Set.

Radici quadrate ed equazioni di secondo grado. Dimostrazione di: Radice di 2 non e' razionale. Radice n-sima.

#### 5. Mer. 22 Set.

Intervalli, distanza e proprieta', intorno, punto medio. Il piano cartesiano: cenni sui vettori liberi, coordinate, distanza, retta, circonferenza.

#### 6. Mer. 22 Set.

Definizione di funzione, dominio, immagine, grafico, funzioni suriettive. Esempi.

#### 7. Gio. 23 Set.

Funzioni iniettive. Relazioni fra esistenza e unicita' delle soluzioni di equazioni e suriettivita' e iniettivita' di funzioni. Equazione parametrica e cartesiana della retta. Parabola. Esempio: tasse e reddito netto.

#### 8. Gio. 23 Set.

Grafici di valore assoluto, segno, parte intera,  $x^n$

#### 9. Ven. 24 Set.

Grafici di  $x^{-n}$ . Funzione inversa e suo grafico, esempi. Funzioni pari, dispari, periodiche

#### 10. Ven. 24 Set.

Funzioni trigonometriche: definizione, proprieta', grafico, immagine. La funzione arcsin

### 2 Seconda settimana

#### 11. Lun. 27 Sett.

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su equazioni e disequazioni razionali, irrazionali, esponenziali, logaritmiche, domini di funzioni.

#### 12. Lun. 27 Sett.

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su equazioni e disequazioni razionali, irrazionali, esponenziali, logaritmiche, domini di funzioni.

#### 13. Mar. 28 Set.

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su equazioni e disequazioni razionali, irrazionali, esponenziali, logaritmiche, domini di funzioni.

#### 14. Mar. 28 set.

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su equazioni e disequazioni razionali, irrazionali, esponenziali, logaritmiche, domini di funzioni.

#### 15. Mer. 29 Set.

Le funzioni trigonometriche inverse, esempi.

**16. Mer. 29 Set**

Funzioni crescenti e decrescenti, composizione di funzioni, funzione identita' e relazioni con la funzione inversa.

**17. Gio. 30 Set.**

Le funzioni  $x \mapsto x^a$ ,  $a \in \mathbb{R}$  e loro grafici. Le funzioni esponenziale e logaritmo.

**18. Gio. 30 Sett.**

Esercizi su elementi di logica, polinomi, immagine di funzioni

**19. ven. 1 Ott.**

Limiti finiti di f.ni definite su intervalli, esempi. Limite destro e sinistro.

**20. ven. 1 Ott.**

Proprieta' del passaggio al limite: unicita' del limite, limite e restrizione.

### 3 Terza settimana

**21. Lun. 4 Ott.**

Teoremi di limitatezza e permanenza del segno (con dimostrazione). Calcolo dei limiti: limiti di funzioni elementari (senza dimostrazione), limite di somma, prodotto, quoziente.

**22. Lun. 4 Ott.**

Limite della composizione (senza dimostrazione), teorema del confronto (con dimostrazione). Limite di  $\sin(x)/x$  (con dimostrazione). Es: limite di  $(1 - \cos(x))/x$

**23. Mar. 5 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su equazioni e disequazioni, dominio e immagine di funzioni.

**24. Mar. 5 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su equazioni e disequazioni, dominio e immagine di funzioni.

**25. Mer. 6 Ott.**

Limiti infiniti e proprieta'. Limiti delle funzioni elementari (senza dimostrazione).

**26. Mer. 6 Ott.**

Calcolo dei limiti e forme indeterminate. Limiti di f.ni razionali.

**27. Gio. 7 Ott.**

Limiti per  $x \rightarrow \pm\infty$  e proprieta'. Calcolo dei limiti: somma, prodotto, quoziente, composizione (senza dimostrazione).

**28. Gio. 7 Ott.**

Limiti all'infinito delle funzioni elementari. Limiti di f.ni razionali.

**29. Ven. 8 Ott.**

Asintoti verticali orizzontali e obliqui. Es:  $\exp(1/x)$ .

**30. Ven. 8 Ott.**

Limiti di f.ni monotone (senza dimostrazione).

### 4 Quarta settimana

**31. Lun. 11 Ott.**

Continuita' in un punto: descrizione intuitiva e definizione, esempi. Continuita' delle f.ni elementari (senza dimostrazione).

**32. Lun. 11 Ott.**

Conseguenze dei teoremi sui limiti: operazioni, restrizione Teorema di permanenza del segno, e di limitatezza locale. Estensione per continuita', discontinuita' di salto. Studio della continuita' della funzione  $g(x)^{f(x)}$  con l'uguaglianza  $g(x)^{f(x)} = e^{f(x)\log(g(x))}$ . I limiti di  $x \mapsto \log(x)/x^a$ ,  $x \mapsto x^a/\exp(x)$ ,  $a \in \mathbb{R}$  per  $x \rightarrow +\infty$ . Es:  $x^x$

**33. Mar. 12 Ott.**

Successioni: definizione e limiti, esempi, limiti di successioni monotone (senza dimostrazione). Relazione fra limiti di funzioni e di successioni (senza dimostrazione). Condizione necessaria per esistenza del limite di una funzione (senza dimostrazione).

**34. Mar. 12 Ott.**

Le successioni  $a^n, \log(n), n^a, e^n, n!$  e i limiti dei loro rapporti (senza dimostrazione).

**35. Mer. 13 Ott.**

Continuita' in un insieme. Teorema degli zeri e algoritmo di bisezione (con dimostrazione).

**36. Mer. 13 Ott.**

Teorema dei valori intermedi e surgettivita delle funzioni continue (con dimostrazione).

**37. Gio. 14 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su limiti e continuita'.

**38. Gio. 14 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dr. Fabbri: esercizi su limiti e continuita'.

**39. Ven. 15 Ott.**

Monotonia e continuita', continuita' della funzione inversa (senza dimostrazione).

**40. Ven. 15 Ott.**

Teorema di Weierstrass (senza dimostrazione). Esempi.

## 5 Quinta settimana

**41. Lun. 18 Ott.**

Immagine continua di un intervallo, esempi.

**42. Lun. 18 Ott.**

Derivata e differenziale: definizione e significato, esempi.

**43. Mar. 19 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**44. Mar. 19 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**45. Mer. 20 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**46. Mer. 20 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**47. Gio. 21 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**48. Gio. 21 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**49. Ven. 22 Ott.**

Teorema di Fermat (con dimostrazione) e il calcolo dei massimi e minimi.

**50. Ven. 22 Ott.**

Teorema di Rolle (con dimostrazione) e gli zeri della derivata.

## 6 Sesta settimana

**51. Lun. 25 Ott.**

Teorema di Lagrange (con dimostrazione) e proprieta' di monotonia (con dimostrazione). Esempi.

**52. Lun. 25 Ott.**

Derivate delle funzioni elementari.

**53. Mar. 26 Ott.**

Regole di derivazione (con dimostrazione), esempi.

**54. Mar. 26 Ott.**

Derivata della funzione inversa (senza dimostrazione), esempi.

**55. Mer. 27 Ott.**

Derivate di funzioni definite a tratti, esempi.

**56. Mer. 27 Ott.**

Le funzioni iperboliche e le loro inverse.

**57. Gio. 28 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**58. Gio. 28 Ott.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione

**59. Ven. 29 Ott.**

Esercizi di ricapitolazione

**60. Ven. 29 Ott.**

Esercizi di ricapitolazione.

## 7 Settimana settimana

**61. Mar. 2 Nov.**

Esercizi di ricapitolazione.

**62. Mar. 2 Nov.**

Esercizi di ricapitolazione.

**63. Mer. 3 Nov.**

Integrale di Riemann: significato e definizione.

**64. Mer. 3 Nov.**

Criterio di integrabilita' (senza dimostrazione) e proprieta' degli integrali: linearita', monotonia, continuita', additivita' (senza dimostrazione).

**65. Gio. 4 Nov.**

Integrale orientato e proprieta'. Classi di funzioni integrabili: funzioni monotone (con dimostrazione).

**66. Gio. 4 Nov.**

Teorema delle piccole oscillazioni (senza dimostrazione) e integrabilita' delle funzioni continue (con dimostrazione).

**67. Ven. 5 Nov.**

Teorema della media integrale (con dimostrazione). Funzione integrale e sue proprieta'. Teorema fondamentale del calcolo (con dimostrazione).

**68. Ven. 5 Nov.**

Significato e conseguenze del precedente teorema. Primitive e formula fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione).

## 8 Ottava settimana

**69. Lun. 8 Nov.**

Primitive e primitive generalizzate. Primitive delle funzioni elementari.

**70. Lun. 8 Nov.**

Primi esempi di equazioni differenziali e teorema di esistenza e unicita' come conseguenza del teorema fondamentale.

**71. Mar. 9 Nov.**

Integrazione per parti e sostituzione.

**72. Mar. 9 Nov.**

Integrazione per parti e sostituzione usando i differenziali. Esempi.

**73. Mer. 10 Nov.**

Prima prova intercorso

**74. Mer. 10 Nov.**

Prima prova intercorso

**75. Gio. 11 Nov.**

Correzione esercizi

**76. Gio. 11 Nov.**

Correzione esercizi

**77. Ven. 12 Nov.**

Integrazione di funzioni razionali

**78. Ven. 12 Nov.**

Integrazione di funzioni razionali

## 9 Nona settimana

**79. Lun. 15 Nov.**

Esempi di funzioni integrali.

**80. Lun. 15 Nov.**

Esempi di funzioni integrali ed equazioni parametriche di circonferenza e iperbole.

**81. Mar. 16 Nov.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi sulle funzioni integrali

**82. Mar. 16 Nov.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi sulle funzioni integrali

**83. Mer. 17 Nov.**

Derivate successive. Simboli binomiali. Potenza del binomio.

**84. Mer. 17 Nov.**

Derivate successive della funzione inversa. Funzioni convesse (senza dimostrazione).

**85. Gio. 18 Nov.**

Polinomio di Taylor, formula di Taylor con resto in forma integrale (senza dimostrazione)

**86. Gio. 18 Nov.**

Formula di Taylor con resto in forma di Peano e Lagrange (senza dimostrazione), esempi. Unicità del polinomio di Taylor e sua relazione con le derivate, esempi.

**87. Ven. 19 Nov.**

Polinomio di Taylor di  $\exp(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$

**88. Ven. 19 Nov.**

Infinitesimi e infinitesimi di ordine superiore: simboli  $o(1)$ ,  $o(f)$ . Infinitesimi principali, esempi.

## 10 Decima settimana

**89. Lun. 22 Nov.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi sugli integrali

**90. Lun. 22 Nov.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi sugli integrali

**91. Mar. 23 Nov.**

I simboli  $O(g)$ , infinitesimi equivalenti, ordine di infinitesimo, parte principale.

**92. Mar. 23 Nov.**

Esercizi di calcolo del polinomio di Taylor, uso degli infinitesimi (senza dimostrazione).

**93. Mer. 24 Nov.**

Esercizi su limiti e formula di Taylor.

**94. Mer. 24 Nov.**

Studio dei punti critici mediante l'approssimazione di Taylor. Regola di de l' Hôpital (Senza dimostrazione)

**95. Gio. 25 Nov.**

Area di regioni illimitate del piano, integrali impropri di funzioni positive.

**96. Gio. 25 Nov.**

Integrali impropri delle funzioni  $x^\alpha$ . Ordine di infinito di una funzione. Infiniti principali.

**97. Ven. 26 Nov.**

Criteri del confronto e del confronto asintotico.

**98. Ven. 26 Nov.**

Esercizi di ricapitolazione su limiti, formula di Taylor e funzioni integrali.

## 11 Undicesima settimana

**99. Lun. 29 Nov.**

Integrali impropri di funzioni che cambiano di segno.

**100. Lun. 29 Nov.**

Esercizi di ricapitolazione.

**Mar. 30 Nov.**

Lezione non tenuta.

**Mar. 30 Nov.**

Lezione non tenuta.

**101. Mer. 1 Dic.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione.

**102. Mer. 1 Dic.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione.

**103. Gio. 2 Dic.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione.

**104. Gio. 2 Dic.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione.

**105. Ven. 3 Dic.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione.

**106. Ven. 3 Dic.**

Lezione tenuta dalla Dott.ssa Fabbri: esercizi di ricapitolazione.

## 12 Dodicesima settimana

**107. Lun. 6 Dic.**

Esercizi

**108. Lun. 6 Dic.**

Esercizi

**109. Mar. 7 Dic.**

Seconda prova intercorso

**110. Mar. 7 Dic.**

Seconda prova intercorso

**111. Gio. 9 Dic.**

Esempi di equazioni differenziali e del problema di Cauchy: accrescimento e decadenza, equazione logistica, circuiti elettrici.

**112. Gio. 9 Dic.**

Equazioni a variabili separabili e loro risoluzione.

**113. Ven. 10 Dic.**

Teorema di esistenza e teorema di unicità per il problema di Cauchy associato ad una equazione a variabili separabili (senza dimostrazione).

**114. Ven. 10 Dic.**

Equazione logistica. Altri esempi.

## 13 Tredicesima settimana

### 115. Lun. 13 dic.

Teoria generale equazioni differenziali lineari e problema di Cauchy: operatore associato, equazione lineare associata e struttura delle sue soluzioni (senza dimostrazione), integrale (soluzione) generale.

### 116. Lun. 13 Dic.

Struttura delle soluzioni dell'equazione non omogenea (senza dimostrazione). Soluzione particolare e integrale generale. Teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy (senza dimostrazione).

### 117. Mar. 14 Dic.

Equazioni del primo ordine: integrale generale e soluzione del problema di Cauchy.

### 118. Mar. 14 Dic.

Numeri complessi: definizione, modulo, argomento, forma trigonometrica ed esponenziale, radici di un polinomio di secondo grado.

### 119. Mer. 15 Dic.

Equazioni del secondo ordine a coefficienti costanti. Soluzione dell'equazione omogenea. Problema di Cauchy. Esempi.

### 120. Mer. 15 Dic.

Soluzione particolare col metodo di variazione delle costanti. Problema di Cauchy. Esempi.

### 121. Gio. 16 Dic.

Soluzione particolare quando il termine noto è della forma  $p_n(x) \exp(\lambda x)(a \cos(x) + b \sin(x))$ .

### 122. Gio. 16 Dic.

Esempi.

### 123. Ven. 17 Dic.

Esercizi.

### 124. Ven. 17 Dic.

Esercizi.