30 Ottobre 2000
Domini di funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ - II

- Determinare il dominio della funzione $f(x,y) = \sqrt{\max(x,y)}$. Quali sono le linee di livello?
- Determinare il dominio della funzione $f(x,y) = \arcsin(|x|+|y|) - \sqrt{x^2+y^2-\frac{1}{4}}$
- Determinare dominio e curve di livello della funzione $f(x,y) = \arccos\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-y)-1\right)\right]$
- Determinare il dominio della funzione $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{\sin 2y} + (4-y^2)^{\pi}}{2+\arccos(e^{x^2-y^2})}$

Derivate parziali e differenziale - I

- Sia $f(x,y) = e^{x+y}z^2 + 1$. Calcolare
  - (i) Differenziale di f in $P = (1,2,-1)$;
  - (ii) Equazione del piano tangente al grafico di f in P
  - (iii) Se $\underline{v} = (3,0,1)$, calcolare $\dfrac{\partial f}{\partial \underline{v}}$ in P.
- Sia $f(x,y) = y^2 - x^2$
  - (i) Determinare le curve di livello di $f(x,y)$
  - (ii) Determinare il vettore normale alla superficie rappresentata dal grafico di $z = f(x,y)$ nel punto $P = (1,2)$
  - (iii) Scrivere il vettore tangente alla curva di livello nel generico punto della curva di livello $f(x,y) = 1$
- Sia $f(x,y) = (x+y)^3 - (x-y)^3$.
  - (i) Determinare le linee di livello di f. Fissata una linea di livello calcolare il vettore ortogonale ad essa ed il vettore normale alla superficie nei suoi punti.
  - (ii) Determinare eventuali punt in cui il piano tangente è orizzontale
- Sia $f(x,y) = \frac{1-z^2}{x^2+y^2}$
  - (i) Determinare il dominio di f.
  - (ii) Determinarne le superficie di livello
  - (iii) Scrivere l'equazione dell'iperpiano tangente al grafico di f nel punto $P = (1,1,2,-3/2)$.
  - (iv) Scrivere l'equazione del piano tangente in $P = (1,1,2)$ alla superficie di livello cui P appartiene.

Suggerimento: osservare che la funzione dipende da x e da y solo in modo radiale. È quindi conveniente considerarla come funzione delle 2 variabili r e z dove $r^2 = x^2 + y^2$.

Somma di serie

- Calcolare la somma di $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$
- Calcolare la somma di $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+1)!}$
- Calcolare la somma di $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$

  Suggerimento: osservare che $2n = (2n+1) - 1$
- Calcolare la somma $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$

  Suggerimento: osservare che $2n+1 = n + (n+1)$
- Calcolare la somma $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

  Suggerimento: Sfruttare il fatto che $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi}{6}$ e che $\frac{(-1)^n}{n^2} = -\frac{1}{n^2} + 2\frac{1}{(2n)^2}$