20 Novembre 2000

- Sia $f(x,y) = |x^2 - y^2| + x^2y^2$.
  i) Determinare il sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$ in cui f è continua.
  ii) f è differenziabile in $(0,0)$?
  iii) Calcolare $\frac{\partial f}{\partial \underline{v}}(1,1)$ dove $v = (1,1)/\sqrt{2}$.
  iv) Esiste il piano tangente al grafico di f nel punto (1,1)?

Massimi e minimi liberi

- Calcolare massimo e minimo della funzione $f(x,y) = (y+1)e^{xy}$ per (x,y) tali che $|c| + |y| \leq 2$
- Calcolare, se esistono, massimo e minimo della funzione $f(x,y) = x^2 - y^2 + 4xy - 2x + 3y + 7$ nel dominio compreso tra le rette $y = -1$, $y = x/2 - 1/2$, $y = 1 - x$ e $y = x + 1$.
- Determinare se esistono, massimo e minimo di $f(x,y) = \arctan\sqrt{\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}}$ nel dominio $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 - y^2 \geq 0\}$.

  Suggerimento: Scrivere l'espressione di f in coordinate polari.
- Determinare estremi relativi ed assoluti della funzione $f(x,y) = 3x^2 + 4y^2 - 6x - 12$
- Sia $f(x,y) = 2xy - x^2 - y^4$. Determinare massimo e minimo di f nel quadrato $Q = (0,1) \times (0,1)$.

Massimi e minimi liberi

- Determinare gli estremi della funzione $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ sotto la condizione $x + y + z + 1 = 0$
- Calcolare massimo e minimo di $f(x,y) = \frac{x+1}{y+1}$ sul vincolo $y = (x-1)^2$
- Dimostrare che la funzione $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ è dotata di estremi assoluti in $E = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ e determinarli.

  Suggerimento: Dimostrare prima che f è omogenea (ovvero che $f(\lambda x, \lambda y) = f(x,y)$ quindi restringere il problema alla circonferenza di centro l'origine e raggio 1.
- Calcolare, se esistono, massimo e minimo della funzione $f(x,y,z) = xyz$ sulla superficie

$$\begin{cases} xy + yz + zx = 1 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{cases}$$

  Nota: Questo esercizio si trova svolto su "Enrico Giusti - Esercitazioni di Analisi Vol.2 - Boringhieri".