Corsi di Laurea in Ingegneria Civile e Edile
Analisi Matematica II e Probabilita'

Lezioni A.A. 2000/01 , prof. G. Stefani
30 Ottobre 2000 - 28 Gennaio 2001

1 Quarta settimana

33. Lun. 30 Ott.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: Esercizi su convergenza di serie e funzioni.
34. Lun. 30 Ott.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: Esercizi domini di funzioni.
35. Lun. 30 Ott.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: Esercizi su differenziabilita', derivate parziali e piano tangente al grafico.
36. Mar. 31 Ott.
Per semplicita' tutte le funzioni saranno C^1 in un intorno dei punti considerati. Possibili notazioni

$$JF = J_F = DF,$$

con DF si identificano la matrice Jacobiana e l'applicazione lineare associata.
La matrice Jacobiana nel caso di curve e funzioni a valori in $\mathbb{R}$. Derivate parziali e matrice Jacobiana della composizione, idea della dimostrazione

$$G(F(x+h)) = G(F(x) + J_F(x)h + o(||h||)) =$$

$$= G(F(x)) + J_G(F(x))(J_F(x)h + o(||h||)) + o(||J_F(x)h + o(||h||)||) =$$
$$= G(F(x)) + J_G(F(x))J_F(x)h + o(||h||).$$

Esempio: $g(x,y) = x^2 + y^2$, $F := \{x = \rho\cos\phi\ ,\ y = \rho\sin\phi\}$, $\gamma(\rho,\phi) = g \circ F(\rho,\phi) = \rho^2$.

$$\partial_\rho\gamma(\rho,\phi) = \partial_x g(\gamma(\rho,\phi))\partial_\rho x(\rho,\phi) + \partial_y g(\gamma(\rho,\phi))\partial_\rho y(\rho,\phi) = 2\rho\cos^2\phi + 2\rho\sin^2\phi$$

$$\partial_\phi\gamma(\rho,\phi) = \partial_x g(\gamma(\rho,\phi))\partial_\phi x(\rho,\phi) + \partial_y g(\gamma(\rho,\phi))\partial_\phi y(\rho,\phi) =$$
$$= -2\rho^2\cos\phi\sin\phi + 2\rho^2\sin^2\phi\cos\phi = 0$$

Composizione con le curve e derivate direzionali, il simbolo $\frac{\partial F}{\partial x_i} = \partial_i F$. Curve coordinate per le coordinate polari nel piano e curve e superfici coordinate le coordinate cilindriche (per esercizio).
37. Mar. 31 Ott.
Esercizio proposto: calcolare in piu' maniere il vettore tangente a $F \circ \gamma$ nel punto $\gamma(1) = (1,2,3)$, se

$$\gamma :=\ \{x = t,\ y = t^2,\ z = 3\}\ ,\ F(x,y,z) = (x^2 z, \cos xy, e^z)$$

Coordinate polari nello spazio, formule, curve e superfici coordinate, matrice Jacobiana

$$z = r\cos\theta\ ,\ x = r\sin\theta\cos\phi\ ,\ y = r\sin\theta\sin\phi\ ,\ r \geq 00 \leq \theta < \pi\ ,\ -\pi < \phi \leq \pi$$

38. Gio. 2 Nov.
Funzione inversa e differenziabilita'

$$DF^{-1}(F(x)) = [DF(x)]^{-1}$$

Cambiamento di coordinate inverso per le coordinate polari nel piano e nello spazio.

39. Gio. 2 Nov.
Curve regolari cioe' C^1, $||\dot\gamma(t)|| \neq 0$. Esempio:

$$\gamma(t) = (t^3, t^2),\ \mu(t) = (-t(t+1)^2, t^2(t+1))$$

$$\dot{\mu}(t) = (-(t+1)(3t+1), t(3t+2))$$

la prima non e' regolare in $t = 0$ la seconda e' regolare, localmente invertibile ma non invertibile (ha un "nodo" nell'origine). Retta tangente ad una curva regolare (Bacciotti-Ricci cap.III n.1) Cenni sulle superfici regolari $\sigma : A \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, cioe' C^1 e con rango della matrice Jacobiana uguale a 2, condizioni geometriche equivalenti. Piano tangente ad una superficie regolare. Esempi: le superfici coordinate delle coordinate polari. (Bacciotti-Ricci capIII n.5 escluso il cambiamento di coordinate e seguenti).

40. Ven. 3 Nov.

Derivate di ordine superiore, teorema di Schwartz (senza dimostrazione). Matrice Hessiana, esempio: $f(x, y) = x + 3y + x^2 + xy + x^3$, $\gamma(t) = (x_0, y_0) + tv$, $\phi = f \circ \gamma$.

$$\dot{\phi}(t) = \nabla f(\gamma(t)) \cdot v \ , \ \ddot{\phi}(t) = v^* H(\gamma(t))v$$

$$\phi(t) = f((x_0, y_0)) + t\nabla f((x_0, y_0)) \cdot v + \frac{1}{2}t^2 v^* H((x_0, y_0))v + o(t^2).$$

41. Ven. 3 Nov.

Formula di Taylor al secondo ordine (senza dimostrazione), analogia con il caso di una variabile. Massimi e minimi locali, punti stazionari (singolari).

42. Ven. 3 Nov.

Condizione necessarie e condizioni sufficienti per minimi e massimi locali.

2 Quinta settimana

43. Lun. 6 Nov.

Condizione necessarie e condizioni sufficienti per minimi e massimi locali in termini di autovalori della matrice Hessiana. Il caso $n = 2$.

44. Lun. 6 Nov.

Ricerca dei massimi e minimi globali.

45. Lun. 6 Nov.

Esempi: max e min locali di

$$f(x, y) = x + 3y + x^2 + xy \pm x^3/3 - y^2/2 \ , \ f(x, y, z) = x^3 - y^3 + xy + z^2 + z$$

Max e minimo globale di $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$ nel triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$. Massimo e minimo della norma su una sfera di raggio 2.

46. Mar. 7 Nov.

Funzioni implicitamente definite e loro derivate e analogia con la funzione lineare definita dal gradiente (senza dimostrazione), applicazioni alle curve e superfici di livello. (Bacciotti-Ricci: Th.3.3 del capIII n.3, e Th.6.3 del cap.III n.6).

47. Mar. 7 Nov.

Esempi.

48. Gio. 9 Nov.

Punti stazionari vincolati. Condizioni necessarie per massimi e minimi locali vincolati, moltiplicatori di Lagrange per vincoli scalari (senza dimostrazione). (Bacciotti-Ricci: capIII n.4,7).

49. Gio. 9 Nov.

Esempi

50. Ven. 10 Nov.

Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: Esercitazione per il test

51. Ven. 10 Nov.

Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: Esercitazione per il test

52. Ven. 10 Nov.

Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: Esercitazione per il test

3 Sesta settimana

Lun. 13 Nov.
Prova intercorso
Lun. 13 Nov.
Prova intercorso
Lun. 13 Nov.
Prova intercorso
53. Mar. 14 Nov.
Correzione compito
54. Mar. 14 Nov.
Correzione compito
55. Gio. 16 Nov.
Integrale doppio (di Riemann) sui rettangoli: definizione e estensione agli integrali multipli sugli iper-rettangoli. Insiemi misurabili (secondo Peano-Jordan) nel piano: definizione ed estensione a sottoinsiemi di $\mathbb{R}^n$. Insiemi piani di misura nulla: definizione.
56. Gio. 16 Nov.
Funzione caratteristica (o indicatrice) di un insieme: χ_A = funzione caratteristica di A. Relazione fra la misura di Peano Jordan e l'integrale di Riemann. Proprieta' della misura (senza dimostrazione):
1) un insieme limitato e' misurabile se e solo se la sua frontiera ha misura nulla
2) i grafici delle funzioni integrabili su intervalli sono insiemi di misura nulla
3) $\mu(A \cup B) + \mu(A \cap B) = \mu(A) + \mu(B)$
Definizione dell'integrale di Riemann per funzioni limitate su insiemi misurabili.
57. Ven. 17 Nov.
Proprieta' dell'integrale (senza dimostrazione): continuita', monotonia, linearita', additivita'. Domini normali, metodo di riduzione dell'integrale doppio su un dominio normale come integrale iterato (senza dimostrazione). Esempi:
1) integrale di una funzione $f(x,y) = g(x)h(y)$ su un rettangolo.
2) $\displaystyle\int_A \frac{\sin(x)}{x} dx\, dy$ dove A e' il rettangolo di vertici $(0,0), (\pi,0), (0,1)$.
58. Ven. 17 Nov.
Cambiamento di coordinate e integrale doppio. Esempi: calcolo in coordinate polari dei seguenti integrali

$$\int_A (x+y) dx\, dy \ , \ \int_B (x+y) dx\, dy \ , \ \int_C \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} dx\, dy$$

dove A e' la corona circolare di centro l'origine e raggi 1 e 2, B e' il settore di A contenuto nel primo quadrante e individuato dalle rette passanti per l'origine e di coefficiente angolare $\sqrt{3}/3$ e 1, C e' il cerchio di centro l'origine e raggio 1.
59. Ven. 17 Nov.
Interpretazione geometrica della formula di cambiamento di base nel calcolo degli integrali doppi

4 Settima settimana

60. Lun. 20 Nov.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi su massimi e minimi
61. Lun. 20 Nov.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi su massimi e minimi
62. Lun. 20 Nov.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi su massimi e minimi
63. Mar. 21 Nov.

Domini normali in $\mathbb{R}^3$, formule di riduzione. Esempio: Sia

$H = \{(x,y,z) : \sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 1,\ x \geq 0\}$, $A = \{(x,y) : x^2+y^2 \leq 1,\ x \geq 0\}$, $A_z = \{(x,y) : x^2+y^2 \leq z,\ x \geq 0\}$

allora

$$\mu(H) = \int_H dx\,dy\,dz = \int_A (1 - \sqrt{x^2+y^2})\,dx\,dy$$

$$\int_H xyz\,dx\,dy\,dz = \int_A (\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 xyz\,dz)\,dx\,dy = \int_0^1 (\int_{A_z} xyz\,dx\,dy)dz$$

64. Mar. 21 Nov.
Volume dei solidi di rotazione, esempio: volume della sfera, calcolo in coordinate polari, formule di riduzione in coordinate cartesiane per esercizio. Baricentro di una distribuzione di massa in sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$, esempio: baricentro del triangolo isoscele, baricentro del triangolo con cambiamento di coordinate cartesiane. Esempi:
1) Volume del toro ed equazione della superficie torica, baricentro del toro
2) Sia H il solido ottenuto ruotando intorno all'asse z l'insieme

$$A = \{(x,z) : 0 \leq x \leq r\ ,0 \leq z \leq \exp(-ax^2)\},$$

calcolare la frontiera di H, volume e baricentro di H, baricentro e area di A per $r = +\infty$.
65. Gio. 23 Nov.
Esercizi, vedi pagina web.
66. Gio. 23 Nov.
Esercizi, vedi pagina web.
67. Ven. 24 Nov.
Esercizi, vedi pagina web.
68. Ven. 24 Nov.
Esercizi, vedi pagina web.
69. Ven. 24 Nov.
Esercizi, vedi pagina web.

5 Ottava settimana

70. Lun. 27 Nov.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi di ricapitolazione
71. Lun. 27 Nov.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi di ricapitolazione
72. Lun. 27 Nov.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi di ricapitolazione
Mar. 28 Nov.
Lezione non tenuta
Mar. 28 Nov.
Lezione non tenuta
Gio. 30 Nov.
Lezione non tenuta
Gio. 30 Nov.
Lezione non tenuta
73. Ven. 1 Dic.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi di ricapitolazione
74. Ven. 1 Dic.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi di ricapitolazione
75. Ven. 1 Dic.
Lezione tenuta dal Dott. Mugelli: esercizi di ricapitolazione