Corsi di Laurea in Ingegneria Civile e Edile
Analisi Matematica II e Probabilita'

Prof. G. Stefani

Esercizi svolti o proposti a lezione dal 21 al 24/11/00

1. Calcolare l'approssimazione di Taylor centrata in (0,0) di ordine 4 della funzione

$$f(x,y) = (\log(1 + x - y^2))^2$$

2. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{1 + y^2} - x$$

e l'insieme

$$K = \{(x,y) : |x| \leq 2\}$$

determinare gli estremi superiore e inferiore di f su K e gli eventuali massimi e minimi globali (assoluti) su K e su $\mathbb{R}^2$.

3. Verificare che in $P = (0,1)$ le ipotesi del teorema della funzione implicita (Dini) per la funzione

$$f(x,y) = 3\sin(y-1) + 2e^{x+y-1} - \ln(x+y) - 2.$$

Disegnare il grafico della funzione implicita definita da

$$f(x,y) = 0 \ , \ y(0) = 1$$

vicino al punto $(0,1)$ mettendo in evidenza crescenza, decrescenza, concavita', convessita'.

4. Determinare gli eventuali massimi e minimi locali della funzione

$$f(x,y,z) = xy + 2yz + xz$$

vincolata a

$$x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ z \geq 0 \ , \ xyz = 2$$

5. Determinare gli eventuali massimi e minimi globali (assoluti) della funzione

$$f(x,y) = x^4 + 2y^2$$

vincolata a

$$x^4 + y^4 \leq 1$$

6. Calcolare $\displaystyle\int_D f$ se

$$f(x,y) = |x|y \quad \text{e} \quad D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, \ x + y \geq 0\}$$

7. Verificare che $P = (0,0,0)$ soddisfa le ipotesi del teorema della funzione implicita (Dini) per l'equazione

$$f(x,y,z) = x^2 e^z + z e^y + xy = 0.$$

Calcolare il polinomio di taylor di ordine due centrato in $(0,0)$ della funzione implicita definita da

$$f(x,y,z) = 0 \ , \ z(0,0) = 0$$

8. Verificare che esiste un unico $\bar{z} \in \mathbb{R}$ tale che $P = (1, 0, \bar{z})$ che soddisfa le ipotesi del teorema della funzione implicita (Dini) per l'equazione

$$f(x, y, z) = x^2 e^z + z e^y + xy = 0.$$

Calcolare il polinomio di taylor di ordine due centrato in $(1, 0)$ della funzione implicita definita da

$$f(x, y, z) = 0 \ , \ z(1, 0) = \bar{z}$$

9. Verificare che per ogni $(\bar{x}, \bar{y}) \in \mathbb{R}^2$ esiste un unico $\bar{z} \in \mathbb{R}$ tale che $P = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ che soddisfa le ipotesi del teorema della funzione implicita (Dini) per la funzione

$$f(x, y, z) = x^2 e^z + z e^y + xy.$$

Calcolare il polinomio di taylor di ordine due centrato in $(\bar{x}, \bar{y})$ della funzione implicita definita da

$$f(x, y, z) = 0 \ , \ z(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{z}$$

10. Verificare che $P = (0, 0, 0)$ soddisfa le ipotesi del teorema della funzione implicita (Dini) per la funzione

$$f(x, y, z) = -x^2 - y^2 + z \sin(x) + \beta \sin(z) \ , \ \beta \in \mathbb{R} \ , \ \beta \neq 0$$

Determinare i valori del parametro β per cui la funzione implicita definita da

$$f(x, y, z) = 0 \ , \ z(0, 0) = 0$$

ha un minimo relativo in $(0, 0)$.

11. Determinare il baricentro della regione limita di piano compresa fra le curve

$$2y = x^2 \ , \ y = x.$$

12. Considerare il problema di massimizzare la funzione

$$f(x, y, z) = 2x^2 + x + 3 - 2z^2$$

con il vincolo

$$y^2 + 6z = 2.$$

Verificare che $P = (-1/4, 0, 1/3)$ e' l'unico punto che verifica le condizioni necessarie del primo ordine del problema vincolato e non quelle del problema libero.

13. Determinare il dominio di integrazione come integrale doppio dell'integrale iterato

$$\int_0^2 \int_{y^2}^{8-2y} f(x, y) dx \, dy$$

e cambiare ordine di integrazione.