

Domanda 1) Quali delle serie seguenti è convergente?

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan n \right), \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \log \left(\cos \frac{1}{n} \right)$$

- 1) Nessuna delle due
- 2) Soltanto la prima
- 3) Entrambe
- 4) Soltanto la seconda

Domanda 2) La somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos \left(\frac{n}{n-1} \right) - \cos \left(\frac{n+1}{n} \right) \right]$ è:

- 1) positiva
- 2) negativa
- 3) infinita
- 4) zero

Domanda 3) Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n+1}}{8^n}$ è:

- 1) 8
- 2) 2
- 3) 1/8
- 4) 1/2

Domanda 4) Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ una serie di potenze e sia $f(x)$ la sua somma. Quale delle affermazioni seguenti è falsa:

- 1) Se la serie converge per $x = 5$, $f(x)$ è continua in $(-4, 4)$
- 2) Se la serie converge per $x = 1$ allora la serie converge anche per $x = -1$
- 3) Se la serie converge per $x = 5$, $f(x)$ è continua in $[-4, 4]$
- 4) Se la serie converge per $x = 2$, la serie converge uniformemente per $x \in [-1, 1]$

Domanda 5) L'equazione del piano perpendicolare al vettore $(3, -1, 1)$ e passante per il punto $(-1, 2, 4)$, è:

- 1) $3x - y + z + 1 = 0$
- 2) $3x - y - z - 1 = 0$
- 3) $3x + y - z - 1 = 0$
- 4) $3x - y + z - 1 = 0$

Domanda 6) La successione $f_n(x) = e^{nx}$

- 1) converge uniformemente a $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0 \\ 0 & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$ in $(-\infty, 0]$
- 2) converge uniformemente in $[-2, 0]$
- 3) converge puntualmente ma non uniformemente in $[-1, 1]$
- 4) converge uniformemente a zero in $(-\infty, -1]$

Domanda 7) Se $f(x, y, z) = \cos(xy) + e^{-xy} + x$ e P è il punto $(1/2, \pi, 3)$, allora $\text{grad} f(P)$ è uguale a:

- 1) $\left(-\frac{1}{2} - \pi e^{-\frac{\pi}{2}}, -\pi + \frac{1}{2} e^{-\frac{\pi}{2}}, 0 \right)$
- 2) $\left(\frac{1}{2} - \pi e^{-\frac{\pi}{2}}, -\pi - \frac{1}{2} e^{-\frac{\pi}{2}} \right)$

- 3) $\left(\frac{1}{2} - \pi e^{-\frac{\pi}{2}}, -\pi - \frac{1}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}, 0\right)$
 4) $\left(\frac{1}{2} - \pi e^{-\frac{\pi}{2}}, \pi - \frac{1}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}, 0\right)$

Domanda 8) Sia $f(x, y) = \frac{x+y}{x^2+y^2}$. Sia $P = (x, y)$, allora

- 1) $\lim_{P \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$
 2) $\lim_{P \rightarrow \infty} f(x, y) = 0$
 3) $\lim_{P \rightarrow (0,0)} f(x, y) = +\infty$
 4) $\lim_{P \rightarrow \infty} f(x, y) = 1$

Domanda 9) Sia $f(x, y) = x^2 e^{x-y}$. L'equazione del piano tangente alla superficie rappresentata dal grafico di f nel punto di coordinate $x = 1, y = 2$ è:

- 1) $3x + y - ze^{-3} - 4 = 0$
 2) $3x + y + ze^{-3} - 6 = 0$
 3) $3x + y + z - 6 = 0$
 4) $3x + y - z - 4e^3 = 0$

Domanda 10) Sia $f(x, y) = \sqrt{\frac{2-|x|-|y|}{x^2+y^2-1}}$. Quale delle figure seguenti meglio rappresenta il dominio di esistenza di f ?

1)



2)



3)



4)



Domanda 11) Calcolare la somma della serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n!}$

- 1) $\frac{e^x - 1}{x}$
 2) $\frac{e^x}{x}$
 3) $\frac{xe^x - 1}{x^2}$
 4) $\frac{\sin x + \cos x - 1}{x}$