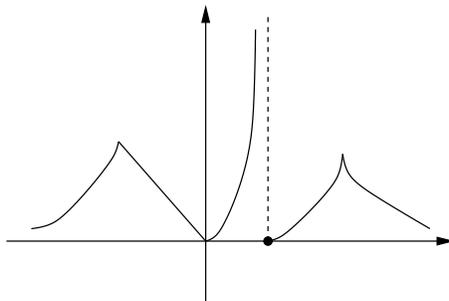


**Analisi Matematica 1 - C.d.L. Civile**  
**Domande date nelle prove scritte d'esame negli Anni Accademici precedenti**  
**riguardanti il calcolo differenziale**

Rispondere ai seguenti quesiti giustificando le risposte. Risposte senza giustificazione non saranno ritenute valide

1. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua su tutto  $\mathbb{R}$  la cui derivata e' rappresentato dalla seguente figura, dove l'asintoto ha equazione  $x = 1$



- a. Specificare quali sono i punti in cui la funzione  $f$  non e' derivabile ed indicare di che tipo di punti si tratta.
  - b. Cosa si puo' dire della derivata seconda di  $f$ ?
  - c. Determinare gli intervalli di crescita e decrescenza di  $f$  e gli eventuali massimi e minimi globali e locali.
  - d. Determinare gli intervalli in cui la funzione  $f$  e' concava o convessa.
  - e. Cosa si puo' dire degli asintoti verticali e orizzontali di  $f$ ?
  - f. Disegnare un possibile grafico per  $f$
2. Considerare la funzione definita da

$$f(x) = (x - 1)^2 - 2 \ln(x - 1).$$

- (a) Determinare il dominio
  - (b) Determinare gli eventuali asintoti
  - (c) Determinare, se esiste, la tangente nel punto di ascissa  $x = 1/2$
  - (d) Determinare, se esiste, la tangente nel punto di ascissa  $x = 2$
  - (e) Disegnare il grafico
  - (f) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo assoluti di  $f$
  - (g) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  nell'intervallo  $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$
  - (h) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  nell'intervallo  $[3, 7]$
  - (i) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  nell'intervallo  $\left[\frac{5}{4}, \frac{7}{4}\right]$
3. Determinare numero e segno delle soluzioni dell'equazione  $(x - 2)^3 e^{x+2} = 2$
4. Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione  $(x - 2)^3 e^{x+2} = k$  al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

5. Determinare su quali intervalli è invertibile la funzione

$$x \mapsto (x - 2)^3 e^{x+2}$$

e disegnarne il grafico.

6. Disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \arctan(x)$  che deve ritenersi noto.

- (a)  $f$  ha asintoti orizzontali o verticali?
- (b) La funzione è pari, dispari, periodica?
- (c) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = 1/2$ .
- (d) Usando il grafico di  $f$  disegnare il grafico di  $g(x) = |f(x - 1) - \pi/4|$ .
- (e) La funzione  $g$  ha massimo o minimo? Se si determinarli.
- (f) Determinare gli eventuali punti singolari di  $g$  e le tangenti in tali punti.
- (g) Definire la funzione  $\arctan$

7. Enunciare il teorema di Lagrange e spiegarne il significato geometrico

8. Sia la funzione  $f$  definita da  $f(x) = \sqrt{2x + \sqrt{1 - x^2}}$

- (a) Determinare il dominio.
- (b) Determinare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali.
- (c) La funzione è pari, dispari, periodica?
- (d) Determinare i punti in cui la funzione 'è continua.
- (e) Spiegare perché posso affermare che  $f$  ammette massimo e minimo.
- (f) Determinare i punti in cui  $f$  è derivabile e gli eventuali punti singolari.
- (g) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa  $x = 1/3$ .
- (h) Determinare il massimo, il minimo e i punti di massimo e di minimo della funzione.
- (i) Determinare il massimo, il minimo della funzione sull'intervallo  $[1/3, 1/2]$ .
- (j) Disegnare il grafico di  $f$

9. Sia la funzione  $f$  definita da  $f(x) = \sqrt{4 - \sqrt{1 - x^2}}$

- (a) Determinare il dominio.
- (b) Determinare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali.
- (c) La funzione è pari, dispari, periodica?
- (d) Determinare i punti in cui la funzione 'è continua.
- (e) Spiegare perché posso affermare che  $f$  ammette massimo e minimo.
- (f) Determinare i punti in cui  $f$  è derivabile e gli eventuali punti singolari.
- (g) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico nei punti di ascissa  $x = 1/3$ .
- (h) Determinare gli eventuali punti critici e gli intervalli di crescita e decrescenza.
- (i) Determinare il massimo, il minimo e i punti di massimo e di minimo della funzione.
- (j) Determinare il massimo, il minimo e i punti di massimo e di minimo della funzione sull'intervallo  $[-1/2, 0]$ .
- (k) Disegnare il grafico di  $f$

10. Definire la funzione  $\arcsin$  e decidere quale delle seguenti affermazioni è vera, spiegandone la ragione.

a.  $\sin(\arcsin(x)) = x, \forall x \in [-1, 1]$

- b.  $\arcsin(\sin(x)) = x, \forall x \in \mathbb{R}$   
 c.  $\arcsin(\sin(x)) = \pi - x, \forall x \in (\pi/2, 3\pi/2]$   
 d.  $\sin(\arcsin(x))$  può esistere ed essere diverso da  $x$
11. Sia  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \ln(x^2 - 5) + 3x$
- Disegnare il grafico
  - La funzione ammette massimo o minimo globale? Ammette massimi o minimi locali?
  - Determinare l'immagine e se esistono intervalli su cui la funzione è invertibile
  - Determinare al variare di  $k \in \mathbb{R}$  numero e segno delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .
12. Disegnare il grafico di  $f(x) = \sqrt{1 - |x|}$ .
13. Facendo uso del grafico della funzione  $\arcsin$ , che deve supporre noto, e del concetto di traslazione, disegnare il grafico di  $f(x) = \arcsin(x - 5) + 1$ .
14. Facendo uso del grafico della funzione  $\arctan$ , che deve supporre noto, e dei concetti di simmetria e traslazione, disegnare il grafico di  $f(x) = |\arctan(x) - 1|$ . In particolare determinare le eventuali cuspidi e gli eventuali punti angolosi. Determinare il massimo e il minimo della funzione nell'intervallo  $[1 - \sqrt{3}, 2]$ .
15. Considerare la funzione definita da

$$f(x) = (x + 1)^2 - 2 \ln(x + 1).$$

- Determinare il dominio
  - Determinare gli eventuali asintoti
  - Determinare, se esiste, la tangente nel punto di ascissa  $x = 1/2$
  - Determinare, se esiste, la tangente nel punto di ascissa  $x = -2$
  - Disegnare il grafico
  - Determinare, se esistono, il massimo e il minimo assoluti di  $f$
  - Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  nell'intervallo  $\left[\frac{-1}{2}, 1\right]$
  - Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  nell'intervallo  $[1, 5]$
  - Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  nell'intervallo  $\left[\frac{-3}{4}, \frac{-1}{4}\right]$
16. Disegnare il grafico della funzione  $f(x) = \ln(x)$ , che deve ritenersi noto.
- $f$  ha asintoti orizzontali o verticali?
  - La funzione è pari, dispari, periodica?
  - Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = 1/2$ .
  - Usando il grafico di  $f$  disegnare il grafico di  $g(x) = |f(x - 3) + 1|$ .
  - La funzione  $g$  ha massimo o minimo? Se si determinarli.
  - Determinare gli eventuali punti singolari di  $g$  e le tangenti in tali punti.

17. Considerare la funzione definita da

$$f(x) = (x + 3)^2 - 4 \ln(|x + 3|).$$

- Determinare il dominio
- Determinare gli eventuali asintoti

- (c) Disegnare il grafico
- (d) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo assoluti di  $f$

18. Considerare la funzione definita da

$$f(x) = (x + 3)^2 - |4 \ln(x + 3)|.$$

- (a) Determinare il dominio
- (b) Determinare gli eventuali asintoti
- (c) Determinare le tangenti al grafico negli eventuali punti singolari.
- (d) Disegnare il grafico
- (e) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo assoluti di  $f$