

**Analisi Matematica 1 - C.d.L. Civile**  
**Anno accademico 2005-2006**  
**- Prove scritte datte nell'appello di marzo**

1. A partire dal grafico di  $x \mapsto \exp(x)$ , che deve considerarsi noto, disegnare il grafico della funzione definita da

$$f(x) = |\exp(x - \pi/2) - 3|$$

indicando sul grafico le equazioni degli eventuali asintoti orizzontali e verticali. Inoltre a partire dal grafico rispondere ai seguenti quesiti.

- (a) Determinare gli eventuali punti angolosi di  $f$  e le tangenti in tali punti.
  - (b) Determinare l'area della parte limitata di piano compresa fra il grafico di  $f$ , l'asse  $x$  e le rette verticali  $x = 0$  e  $x = -1$ .
  - (c) Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$ .
  - (d) Determinare il numero e il segno delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ , al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .
2. Cosa significa che l'integrale improprio

$$\int_0^{\infty} f(x) dx$$

converge? Enunciare una condizione necessaria e una condizione sufficiente affinché il precedente integrale improprio converga.

3. Determinare, usando la definizione, la somma della serie

$$\sum_{n \geq 3} \frac{1}{2^n}$$

4. Usando la definizione, stabilire se il seguente integrale improprio converge

$$\int_0^1 \ln(x) dx.$$

5. Usando la definizione, verificare che la seguente serie converge per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e calcolarne la somma al variare di  $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n \geq 1} \left( \frac{\sin(x)}{2} \right)^n$$

6. Dire cosa significa che una funzione ha un punto angoloso e darne un esempio