Analisi 1 - ICI - Anno Accademico 2005/06

Quarta esercitazione in rete

October 29, 2005

Contents

1 Derivate

1.1 Gruppo 1 (Q/R:)

1.1.1: La derivata della funzione $f(x) = \dfrac{x^2-3}{x^3-2}$ è

R 1.1.1.1: $\dfrac{-x^4+9x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.2: $\dfrac{-x^4+9x^2-4x}{x^3-2}$

W 1.1.1.3: $\dfrac{-x^4-9x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.4: $\dfrac{-x^4+6x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.5: $\dfrac{-x^4+9x^2-6x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.6: $\dfrac{-x^3+3x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.7: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{x^3-2}$

W 1.1.1.8: $\dfrac{-x^4+6x^2-4x}{x^3-2}$

W 1.1.1.9: $\dfrac{-x^4+3x^2-6x}{x^3-2}$

W 1.1.1.10: $\dfrac{-x^3+3x^2-4x}{x^3-2}$

W 1.1.1.11: $\dfrac{-x^4+3x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.12: $\dfrac{-x^4+3x^2-4x}{x^3-2}$

W 1.1.1.13: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.14: $\dfrac{-x^4+6x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.15: $\dfrac{-x^4+3x^2-6x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.16: $\dfrac{-x^3+3x^2-4x}{\left(x^3-2\right)^2}$

W 1.1.1.17: $\dfrac{-x^4-3x^2-4x}{x^3-2}$

W 1.1.1.18: $\dfrac{-x^4+6x^2-4x}{x^3-2}$

W 1.1.1.19: $\dfrac{-x^4+3x^2-6x}{x^3-2}$

W 1.1.1.20: $\dfrac{-x^3+3x^2-4x}{x^3-2}$

1.1.2: La derivata della funzione $f(x) = \dfrac{x^2-2}{\sin(x)-2}$ è

R 1.1.2.1: $\dfrac{2x\left(\sin(x)-2\right)-\cos(x)\left(x^2-2\right)}{\left(\sin(x)-2\right)^2}$

W 1.1.2.2: $\dfrac{x\left(\sin(x)-2\right)-\cos(x)\left(x^2-2\right)}{\left(\sin(x)-2\right)^2}$

W 1.1.2.3: $\dfrac{2x\left(\sin(x)+2\right)-\cos(x)\left(x^2-2\right)}{\left(\sin(x)-2\right)^2}$

W 1.1.2.4: $\dfrac{2x\left(\sin(x)-2\right)-\cos(x)\left(x^2+4\right)}{\left(\sin(x)-2\right)^2}$

1.1.3: Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \sqrt{a-4x^2}$ ammette derivata nel punto $x =$

1
R 1.1.3.1: $a > 4$
R 1.1.3.2: $a \in (4, \infty)$
R 1.1.3.3: Nessuna delle altre risposte è giusta
W 1.1.3.4: $a \geq 4$
W 1.1.3.5: $|x| \leq \dfrac{\sqrt{a}}{2}$
W 1.1.3.6: $a \leq 4$
W 1.1.3.7: $a < 4$
W 1.1.3.8: per tutti gli a reali
W 1.1.3.9: $a \in [4, \infty)$

1.1.4: Determinare i punti in cui la funzione $f(x) = \sqrt{a - 4x^2}$ ammette derivata.
R 1.1.4.1: Se $a \leq 0$ la funzione non è derivabile in alcun punto
R 1.1.4.2: Se $a > 0$ la funzione è derivabile se $|x| < \dfrac{\sqrt{a}}{2}$
R 1.1.4.3: Se $a > 0$ la funzione è derivabile per $x \in (-\dfrac{\sqrt{a}}{2}, \dfrac{\sqrt{a}}{2})$
W 1.1.4.4: La funzione non è derivabile in alcun punto
W 1.1.4.5: Se $a > 0$ la funzione è derivabile se $|x| \leq \dfrac{\sqrt{a}}{2}$
W 1.1.4.6: Se $a > 0$ la funzione è derivabile per $x \in [-\dfrac{\sqrt{a}}{2}, \dfrac{\sqrt{a}}{2}]$
W 1.1.4.7: Se $a > 0$ la funzione è derivabile se $|x| > \dfrac{\sqrt{a}}{2}$
W 1.1.4.8: La funzione è derivabile per $x \in (-\dfrac{\sqrt{a}}{2}, \dfrac{\sqrt{a}}{2})$
W 1.1.4.9: Se $a > 0$ la funzione è derivabile se $|x| < \dfrac{a}{2}$
W 1.1.4.10: Se $a > 0$ la funzione è derivabile su tutta la retta reale

---

1.2 Gruppo 2 (Q/R:)

1.2.1: La derivata della funzione $f(x) = \arctan\left(x^2 + \dfrac{1}{2}\right)$, è data da
R 1.2.1.1: $f'(x) = \dfrac{8x}{5 + 4x^4 + 4x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$
W 1.2.1.2: $f'(x) = \dfrac{8x}{13 + 4x^4 + 12x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$
W 1.2.1.3: $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + \dfrac{3}{2}} \quad \forall x \in \mathbb{R}$
W 1.2.1.4: $f'(x) = \dfrac{1}{1 + \left(x^2 + \dfrac{1}{2}\right)^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

1.2.2: La derivata della funzione $f(x) = x^{x+\frac{1}{2}}$, è data da
R 1.2.2.1: $\dfrac{x^{x-\frac{1}{2}}}{2} \left(2x \ln(x) + 2x + 1\right) \quad \forall x > 0$
R 1.2.2.2: $x^{x+\frac{1}{2}} \left(\ln(x) + \dfrac{x + \frac{1}{2}}{x}\right) \quad \forall x > 0$
W 1.2.2.3: $\left(x + \frac{1}{2}\right) x^{x-\frac{1}{2}} \quad \forall x > 0$
W 1.2.2.4: $\dfrac{x^{x+\frac{1}{2}}}{2} \left(2x \ln(x) + 2x + 3\right) \quad \forall x > 0$
W 1.2.2.5: $x^{x+\frac{1}{2}} \left(\ln(x) + \dfrac{x + \frac{1}{2}}{x}\right) \quad \forall x \in \mathbb{R}$
W 1.2.2.6: $\dfrac{x^{x-\frac{1}{2}}}{2} \left(2x \ln(x) + 2x + 1\right) \quad \forall x > -\dfrac{1}{2}$

1.2.3: La derivata della funzione $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^x$ è data da
R 1.2.3.1: $\left(x + \frac{1}{2}\right)^x \left(\ln\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{x}{x+1/2}\right)$, $\forall x > -\frac{1}{2}$
W 1.2.3.2: $x\left(x + \frac{1}{2}\right)^{x-1}$, $\forall x > -\frac{1}{2}$
W 1.2.3.3: $(x + 3/2)^x \left(\ln(x + 3/2) + \frac{x}{x+3/2}\right)$, $\forall x > -\frac{1}{2}$
W 1.2.3.4: $\left(x + \frac{1}{2}\right)^x \left(\ln\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{x}{x+1/2}\right)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

---

2 Studio del grafico di una funzione

2.1 Gruppo 3 (Q/R:)

2.1.1: La funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2 + 3\,x}{x - 4}$
R 2.1.1.1: ha due punti critici in $x = 4 + 2\sqrt{7}$ e in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
R 2.1.1.2: ha un massimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
R 2.1.1.3: ha massimo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$ sulla semiretta $(-\infty, 0]$
W 2.1.1.4: ha massimo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$ sull'intervallo $[-3, 5]$
R 2.1.1.5: ha un minimo relativo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$
R 2.1.1.6: ha minimo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$ sulla semiretta $(4, \infty)$
W 2.1.1.7: ha minimo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$ sulla semiretta $(0, \infty)$
W 2.1.1.8: ha massimo e minimo
W 2.1.1.9: ha un minimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
W 2.1.1.10: ha un massimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{35}$
W 2.1.1.11: ha un massimo relativo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$
W 2.1.1.12: nessuna delle altre risposte è giusta
W 2.1.1.13: ha un asintoto orizzontale e uno verticale

2.1.2: La funzione definita da $f(x) = \dfrac{x-4}{x^2+3\,x}$

W 2.1.2.1: ha un massimo relativo sull'intervallo $(-3,0)$

R 2.1.2.2: ha un minimo relativo per $x = 4 - 2\sqrt{7}$

W 2.1.2.3: ha massimo e minimo

W 2.1.2.4: nessuna delle altre risposte e' giusta

W 2.1.2.5: ha minimo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$ sulla semiretta $(0,\infty)$

R 2.1.2.6: ha massimo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$ sulla semiretta $(0,\infty)$

R 2.1.2.7: ha un massimo relativo ed un minimo relativo, entrambi positivi

W 2.1.2.8: ha un massimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$

W 2.1.2.9: non ha punti critici

R 2.1.2.10: non ha massimo ne' minimo

2.1.3: La funzione $f(x) = (x-1)^2 - 2\ln(x-1)$

R 2.1.3.1: Ha minimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ uguale a 1

R 2.1.3.2: Ha massimo in $[3,7]$ uguale a $36 - 2\ln(6)$

R 2.1.3.3: Raggiunge il massimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ in uno degli estremi dell'intervallo

W 2.1.3.4: Raggiunge il minimo in $[3,7]$ per $x = 4 - 2\ln(2)$

W 2.1.3.5: Raggiunge il massimo in $[3,7]$ per $x = 36 - 2\ln(6)$

W 2.1.3.6: Ha minimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ uguale a $4 - 2\ln(2)$

W 2.1.3.7: Ha minimo in $[3,7]$ uguale a 1

W 2.1.3.8: Ha minimo in $\left[\frac{5}{4}, \frac{7}{4}\right]$ uguale a $36 - 2\ln(6)$

W 2.1.3.9: Ha massimo in $[3,7]$ uguale a $\frac{1}{16} + 2\ln(4)$

W 2.1.3.10: Raggiunge il massimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ nell'unico punto stazionario

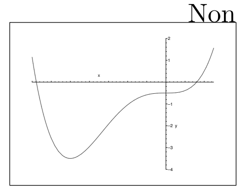
W 2.1.3.11: Raggiunge il minimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ in uno degli estremi dell'intervallo

W 2.1.3.12: Raggiunge il minimo in $[3,7]$ per $x = 36 - 2\ln(6)$

W 2.1.3.13: Raggiunge il massimo in $[3,7]$ per $x = 4 - 2\ln(2)$

2.2 Gruppo 4 (Q/R:)

2.2.1: Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico? Non si tenga



conto dei numeri riportati sugli assi

R 2.2.1.1: $9\,x^4 + 12\,x^3 - 2$

R 2.2.1.2: $15\,x^6 + 18\,x^5 - 2$

R 2.2.1.3: $9\,x^4 + 12\,x^3 - 1$

R 2.2.1.4: $15\,x^6 + 18\,x^5 - 1$

W 2.2.1.5: $9\,x^4 - 12\,x^2 - 1$

W 2.2.1.6: $9\,x^4 + 12\,x^2 - 1$

W 2.2.1.7: $15\,x^6 - 18\,x^5 - 1$

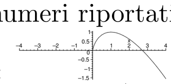
W 2.2.1.8: $6\,x^4 - 9\,x - 2$

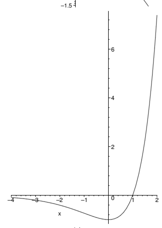
W 2.2.1.9: $-15\,x^6 - 18\,x^5 - 5$

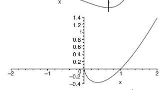
W 2.2.1.10: $6\,x^3 + 9\,x^2 - 1$

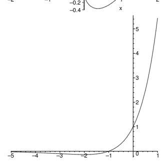
W 2.2.1.11: $15\,x^6 - 15\,x^4 - 1$

2.2.2: Quale delle seguenti figure è un grafico qualitativo di $f(x) = x(1 - \ln(x))$. Non si tenga conto dei numeri riportati sugli assi.

R 2.2.2.1: 

W 2.2.2.2: 

W 2.2.2.3: 

W 2.2.2.4: 

3 Massimi e minimi su intervalli

3.1 Gruppo 5 (Q/R:)

3.1.1: La funzione $f(x) = -3e^{-(x-3)^2}$

R 3.1.1.1: Ha minimo

R 3.1.1.2: Non ha massimo

W 3.1.1.3: Ha massimo e minimo

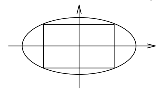
W 3.1.1.4: Non ha ne' massimo ne' minimo

R 3.1.1.5: Ha massimo uguale a $-3e^{-9}$, se ristretta all'intervallo $[0, 2]$
R 3.1.1.6: Ha minimo uguale a $-3e^{-1}$, se ristretta all'intervallo $[0, 2]$
R 3.1.1.7: Ha massimo e minimo, se ristretta all'intervallo $[0, 2]$
W 3.1.1.8: Non ha massimo, se ristretta all'intervallo $[0, 2]$
W 3.1.1.9: Ha massimo uguale a $-3e^{-1}$, se ristretta all'intervallo $[0, 2]$
W 3.1.1.10: Ha massimo
W 3.1.1.11: Ha massimo uguale a $4e^{-1}$, se ristretta all'intervallo $[0, 2]$
W 3.1.1.12: Ha minimo uguale a $-3e^{-9}$
W 3.1.1.13: Ha minimo uguale a -3, se ristretta all'intervallo $[0, 2]$

3.1.2: Se $f(x) = 1/3x^3 + x^2$, allora
R 3.1.2.1: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da $4/3$
R 3.1.2.2: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in $x = -2$
R 3.1.2.3: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da 0
R 3.1.2.4: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in un estremo
R 3.1.2.5: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 18
R 3.1.2.6: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 0
R 3.1.2.7: il valore massimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da $4/3$
R 3.1.2.8: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in un estremo
R 3.1.2.9: il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da 0
R 3.1.2.10: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in $x = 0$
R 3.1.2.11: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da 18
R 3.1.2.12: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 3$
R 3.1.2.13: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da $4/3$
R 3.1.2.14: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 1$
W 3.1.2.15: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da 0
W 3.1.2.16: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in un estremo
W 3.1.2.17: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da $4/3$
W 3.1.2.18: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in $x = -2$
W 3.1.2.19: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
W 3.1.2.20: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
W 3.1.2.21: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ sono raggiunti in $x = -2$ e $x = 0$, rispettivamente
W 3.1.2.22: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ sono raggiunti in punti critici
W 3.1.2.23: il valore massimo di f è dato da 0
W 3.1.2.24: il valore massimo di f è raggiunto in $x = 4/3$
W 3.1.2.25: il valore minimo di f è raggiunto in $x = -2$
W 3.1.2.26: il valore minimo di f è dato da 0
W 3.1.2.27: l'immagine di f è un intervallo limitato
W 3.1.2.28: l'immagine di f è una semiretta
W 3.1.2.29: f non ha minimo sull'intervallo $[1, 3]$
W 3.1.2.30: f non ha massimo sull'intervallo $[1, 3]$
W 3.1.2.31: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 0
W 3.1.2.32: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 18
W 3.1.2.33: il valore massimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da 0
W 3.1.2.34: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in $x = 0$
W 3.1.2.35: il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da $4/3$
W 3.1.2.36: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in un estremo
W 3.1.2.37: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da $4/3$
W 3.1.2.38: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 1$
W 3.1.2.39: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da 18
W 3.1.2.40: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 3$
W 3.1.2.41: nessuna delle altre risposte è giusta

3.2 Gruppo 6 (Q/R:)

3.2.1: Determinare l'area massima che può avere un rettangolo inscritto nell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$.



R 3.2.1.1: 84
W 3.2.1.2: 72
W 3.2.1.3: 96
W 3.2.1.4: 98
W 3.2.1.5: 70
W 3.2.1.6: 60

3.2.2: Determinare l'area massima che può avere un triangolo rettangolo di ipotenusa 5

R 3.2.2.1: $\frac{25}{4}$

W 3.2.2.2: 81

W 3.2.2.3: $\frac{361}{4}$

W 3.2.2.4: 100

W 3.2.2.5: $\frac{25}{2}$

W 3.2.2.6: 5

W 3.2.2.7: $\frac{15}{2}$

---

4 Rette tangenti

4.1 Gruppo 7 (Q/R:)

4.1.1: Determinare la retta tangente al grafico di $f(x) = \left(x^2-2\right)\cos\left(\frac{x\pi}{12}\right)$ nel punto $(2,\ \ f(2))$

R 4.1.1.1: $\left(-2\sqrt{3}+\frac{\pi}{12}\right)x+y+3\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}=0$

W 4.1.1.2: $\left(-3\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}\pi}{3}\right)x+y+5\sqrt{2}-\sqrt{2}\pi=0$

W 4.1.1.3: $\left(-4+\frac{5\sqrt{3}\pi}{8}\right)x+y+\frac{17}{2}-\frac{5\sqrt{3}\pi}{2}=0$

W 4.1.1.4: $y+\frac{35\pi}{12}x-\frac{35\pi}{2}=0$

4.1.2: Qual'è l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = x^3+\tan\left(\frac{x\pi}{12}\right)$ nel punto $(2, f(2))$?

R 4.1.2.1: $(-\frac{1}{9}\pi-12)x+y+16-\frac{1}{3}\sqrt{3}+\frac{2}{9}\pi=0$

W 4.1.2.2: $(-27-\frac{1}{6}\pi)x+y+53+\frac{1}{2}\pi=0$

W 4.1.2.3: $(-\frac{1}{3}\pi-48)x+y+128-\sqrt{3}+\frac{4}{3}\pi=0$

W 4.1.2.4: $(\frac{1}{9}\pi-12)x+y+16+\frac{1}{3}\sqrt{3}-\frac{2}{9}\pi=0$

4.1.3: Determinare la tangente al grafico della funzione

$$f(x)=\frac{\cos(2x)}{x(x-5)}$$

nel punto di ascissa $x = 1/2\pi$

R 4.1.3.1: $y+4\frac{1}{\pi(\pi-10)}=-8\frac{(\pi-5)(-2x+\pi)}{\pi^2(\pi-10)^2}$

W 4.1.3.2: $y-1/2\pi=16\frac{(\pi-5)\left(x\pi^2-10x\pi+4\right)}{\pi^3(\pi-10)^3}$

W 4.1.3.3: $y+4\frac{1}{\pi(\pi-10)}=1/2\frac{(2\pi-5)(2x-\pi)}{\pi^2(\pi-5)^2}$

W 4.1.3.4: $y+4\frac{1}{\pi(\pi-10)}=\frac{27}{2}\frac{(2\pi-15)(2x-\pi)}{\pi^2(\pi-15)^2}$

W 4.1.3.5: nessuna delle altre risposte è giusta

W 4.1.3.6: $y=-8\frac{4x-\pi}{\pi(\pi-20)}$

4.2 Gruppo 8 (Q/R:)

4.2.1: Determinare la retta tangente al grafico di $f(x) = \arctan\left(\frac{x}{3}-4\right)$ nel punto $(15,\ \ f(15))$

R 4.2.1.1: $y=\frac{x}{6}-\frac{5}{2}+\frac{\pi}{4}$

W 4.2.1.2: $y=\frac{x}{6}-\frac{5}{2}-\frac{\pi}{4}$

W 4.2.1.3: $y=\frac{x}{6}-\frac{\pi}{24}+15$

W 4.2.1.4: $y=-2x-\frac{1}{3}+\frac{\pi}{4}$

W 4.2.1.5: $y=\frac{x}{6}-\frac{3}{2}$

W 4.2.1.6: $y=\frac{x}{6}-\frac{5}{2}-\frac{3\pi}{4}$

W 4.2.1.7: $y=-2x-\frac{3}{7}+\frac{\pi}{4}$

W 4.2.1.8: $y=-2x-\frac{3}{7}-\frac{\pi}{4}$

4.2.2: Determinare la retta tangente al grafico di $f(x) = \ln\left(\frac{x}{3}-4\right)$ nel punto $(15,\ \ f(15))$

R 4.2.2.1: $y=\frac{x}{3}-5$

R 4.2.2.2: $y-\frac{x}{3}+5=0$

W 4.2.2.3: $y-15=\frac{x}{3}$

W 4.2.2.4: $y+4x+\frac{2}{3}=0$

W 4.2.2.5: $y-1=\frac{x}{3}-5$

W 4.2.2.6: $y=-3x-\frac{7}{8}$

4.2.3: Data $f(x) = \ln\left(x^2-1\right)$, determinare tutti e soli i valori x_0 tali che la retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$ abbia coefficente angolare -5.

R 4.2.3.1: $x_0=-1/5-1/5\sqrt{26}$

W 4.2.3.2: $x_0=-1/5+1/5\sqrt{26}$

W 4.2.3.3: $x_0=-1/5-1/5\sqrt{26}$ e $x_0=-1/5+1/5\sqrt{26}$

W 4.2.3.4: $x_0=-1/5-1/5\sqrt{51}$

---

5 Domande Teoriche

5.1 Gruppo 9 (Q/R:)

5.1.1: Condizione sufficiente affinché una funzione $f : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$, sia invertibile è che sia
W 5.1.1.1: continua in tutto il suo dominio
W 5.1.1.2: derivabile in tutto il suo dominio con derivata prima positiva
R 5.1.1.3: strettamente crescente
W 5.1.1.4: nessuna delle altre risposte e' giusta

5.1.2: Su quale dei seguenti intervalli la funzione definita da $f(x) = x(1 - \ln(x))$ e' invertibile?
R 5.1.2.1: $(0, 1]$
W 5.1.2.2: $(0, e)$
W 5.1.2.3: $(0, \infty)$
W 5.1.2.4: su nessun intervallo
R 5.1.2.5: $[2, 73]$
R 5.1.2.6: $(9.5, 841)$
W 5.1.2.7: nessuna delle altre risposte e' giusta
W 5.1.2.8: sul suo dominio

5.1.3: Quale delle seguenti ipotesi è sufficiente affichè un polinomio abbia una e una sola radice reale?
R 5.1.3.1: La sua derivata non abbia radici reali
R 5.1.3.2: Sia crescente
R 5.1.3.3: Sia decrescente
W 5.1.3.4: La sua derivata sia crescente
W 5.1.3.5: La sua derivata sia decrescente
W 5.1.3.6: Sia di grado dispari
W 5.1.3.7: Abbia termine noto uguale a zero
W 5.1.3.8: Sia di grado pari e la sua derivata si annulli in un solo punto
W 5.1.3.9: Nessuna delle altre risposte è giusta

5.1.4: Una funzione f è definita su una semiretta aperta e ha minimo in un punto x_0. Allora
W 5.1.4.1: se la funzione ha minimo, la semiretta deve essere chiusa
R 5.1.4.2: nessuna delle altre risposte è corretta
R 5.1.4.3: se f e' derivabile in x_0 allora $f'(x_0) = 0$
W 5.1.4.4: f non è continua
W 5.1.4.5: non esiste una tale funzione
W 5.1.4.6: la derivata di f si annulla in almeno un punto

5.1.5: Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x \in \mathbb{R}$. La derivata di f in x è
R 5.1.5.1: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $b \to 0$, se esiste finito
W 5.1.5.2: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $b \to 0$, se esiste
W 5.1.5.3: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $x \to b$, se esiste finito
W 5.1.5.4: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $x \to x_0$, se esiste finito
W 5.1.5.5: $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$
W 5.1.5.6: nessuna delle altre risposte è corretta

5.2 Gruppo 10 (Q/R:)

5.2.1: La funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} kx + h\,(\sin(x) + 1) & x \geq 0 \\ h(2 - x) + k\cos(x) + 1 & x < 0. \end{cases}$$

R 5.2.1.1: è $C^1(\mathbb{R})$ se $h = 1$ e $k = -2$
R 5.2.1.2: è $C^0(\mathbb{R})$ ma può non essere $C^1(\mathbb{R})$ se $h + k = -1$
W 5.2.1.3: è $C^1(\mathbb{R})$ se $2h + k = 0$
W 5.2.1.4: è $C^1(\mathbb{R})$ per ogni valore reale di k se $h = 0$
W 5.2.1.5: è $C^0(\mathbb{R})$ per ogni valore reale di k se $h = 0$
W 5.2.1.6: è $C^1(\mathbb{R})$ per ogni valore reale di h se $k = 0$
W 5.2.1.7: è $C^0(\mathbb{R})$ per ogni valore reale di h se $k = 0$
W 5.2.1.8: è $C^1(\mathbb{R})$ se $h = k = 0$

5.2.2: La funzione f definita da:

$$f(x) = \begin{cases} x\ln(2x + 1) & x \geq 0 \\ kx^2 & x < 0 \end{cases}$$

R 5.2.2.1: è $C^1(\mathbb{R}),\ \forall k \in \mathbb{R}$
R 5.2.2.2: è $C^2(\mathbb{R})$ per un solo valore di $k \in \mathbb{R}$
W 5.2.2.3: è $C^1(\mathbb{R})$ per un solo valore di $k \in \mathbb{R}$
W 5.2.2.4: non è continua qualsiasi sia $k \in \mathbb{R}$
W 5.2.2.5: è $C^2(\mathbb{R}),\ \forall k \in \mathbb{R}$
W 5.2.2.6: non è $C^2(\mathbb{R})$ qualsiasi sia $k \in \mathbb{R}$

5.2.3: Sia $f(x) = \begin{cases} kx + h\,(\sin(x) + 1) & x \geq 0 \\ h(2 - x) + k\cos(x) + 1 & x < 0 \end{cases}$
R 5.2.3.1: ha un punto angoloso se $h + k = -1$ e $h \neq 1$
R 5.2.3.2: è derivabile in 0 se $h = 1$ e $k = -2$
W 5.2.3.3: è $C^1(\mathbb{R})$ se $2h + k = 0$
W 5.2.3.4: ha una cuspide se k e $h = 0$
W 5.2.3.5: ha una tangente verticale per ogni k se $h = 0$
W 5.2.3.6: nessuna delle altre risposte è giusta

---

6 Zeri di funzioni

6.1 Gruppo 11 (Q/R:)

6.1.1: Per quali valori del parametro reale k il polinomio $-x^4 + 4x^2 = k$ ammette almeno 3 radici reali distinte?
R 6.1.1.1: $0 \leq k < 4$
W 6.1.1.2: $-4 < k \leq 0$
W 6.1.1.3: $k > 4$
W 6.1.1.4: $k < 4$
W 6.1.1.5: $k > 8$
W 6.1.1.6: $k < 8$
W 6.1.1.7: $k > 12$
W 6.1.1.8: $k < 12$
W 6.1.1.9: $-8 \leq k < 0$
W 6.1.1.10: $0 \leq k < 8$
W 6.1.1.11: $|k| < 8$
W 6.1.1.12: $|k| > 8$
W 6.1.1.13: $-12 \leq k < 0$
W 6.1.1.14: $0 \leq k < 12$
W 6.1.1.15: $|k| < 12$
W 6.1.1.16: $|k| > 12$

6.1.2: Determinare il numero delle soluzioni reali e distinte dell'equazione $x^3 + 3/2x^2 - 6x = -9/2$
R 6.1.2.1: una sola soluzione
R 6.1.2.2: nessuna delle altre risposte è giusta
W 6.1.2.3: tre soluzioni distinte
W 6.1.2.4: due soluzioni distinte
W 6.1.2.5: nessuna soluzione

6.1.3: Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$x^3 + 3/2x^2 - 6x = k$$

ammette una sola soluzione?
R 6.1.3.1: Per $k < -7/2$ e $k > 10$
R 6.1.3.2: $k \in (-\infty, -7/2) \cup (10, \infty)$
W 6.1.3.3: Nessuna delle altre risposte è corretta
W 6.1.3.4: Per $k \leq -7/2$ e $k \geq 10$
W 6.1.3.5: $k \in (-\infty, -7/2] \cup [10, \infty)$
W 6.1.3.6: $\mathbb{R} - \{13/2\}$
W 6.1.3.7: Per $k < -7/2$
W 6.1.3.8: $k \in (10, \infty)$
W 6.1.3.9: $k \in (-7/2, 10)$

6.1.4: Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$x^3 + 3/2x^2 - 6x = k$$

ammette tre soluzioni distinte?
R 6.1.4.1: $k \in (-7/2, 10)$
R 6.1.4.2: Nessuna delle altre risposte è corretta
W 6.1.4.3: Per $k < -7/2$ e $k > 10$
W 6.1.4.4: Per $k \leq -7/2$ e $k \geq 10$
W 6.1.4.5: $k \in [-7/2, 10]$
W 6.1.4.6: $\mathbb{R} - \{13/2\}$
W 6.1.4.7: Per $k < -7/2$
W 6.1.4.8: $k \in (10, \infty)$
W 6.1.4.9: per nessun valore di k