Analisi 1 - ICI - Anno Accademico 2005/06

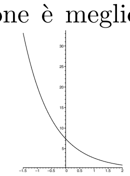
Terza esercitazione in rete

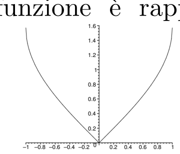
October 20, 2005

Contents

1 Grafici di funzioni note

1.1 Gruppo 1 (Q/R: 3)

1.1.1: Quale funzione è meglio rappresentata dal seguente grafico? . Non si tenga conto dei numeri riportati sugli assi.
R 1.1.1.1: e^{2-4x}
W 1.1.1.2: $-\ln(2+4x)$
W 1.1.1.3: e^{-2+4x}
W 1.1.1.4: e^{2+4x}
W 1.1.1.5: $-e^{2-4x}$

1.1.2: Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?  Non si tenga conto dei numeri riportati sugli assi.
R 1.1.2.1: $|\arcsin(x)|$
W 1.1.2.2: $|\arctan(x)|$
W 1.1.2.3: $\arccos(x)$
W 1.1.2.4: $\arcsin(x)$
W 1.1.2.5: $\arctan(x)$
W 1.1.2.6: $\operatorname{sign}(x)\arccos(x)$

2 Limiti di funzioni

2.1 Gruppo 2 (Q/R: 2)

2.1.1: $\lim_{x\to-1} \dfrac{x^2-x-2}{x^3-2x^2-13x-10}$
R 2.1.1.1: è $\dfrac{1}{2}$
R 2.1.1.2: esiste finito
R 2.1.1.3: è un numero reale positivo
W 2.1.1.4: è un numero reale irrazionale
W 2.1.1.5: è un reale reale negativo
W 2.1.1.6: è $+\infty$
W 2.1.1.7: è $-\infty$
W 2.1.1.8: non esiste
W 2.1.1.9: non esiste ma esistono e sono finiti i limiti destro e sinistro
W 2.1.1.10: non esiste ma esistono e sono infiniti i limiti destro e sinistro
W 2.1.1.11: non esiste ma esiste il limite destro e vale $+\infty$
W 2.1.1.12: non esiste ma esiste il limite sinistro e vale $-\infty$
W 2.1.1.13: non esiste ma esiste il limite destro e vale $-\infty$
W 2.1.1.14: non esiste ma esiste il limite sinistro e vale $+\infty$
W 2.1.1.15: è 0
W 2.1.1.16: è $\dfrac{-1}{2}$

2.1.2:
$$\lim_{x\to 0} ax^2+3x+5$$

R 2.1.2.1: e' 5 per ogni $a\in\mathbb{R}$
R 2.1.2.2: esiste ed e' indipendente da $a\in\mathbb{R}$
W 2.1.2.3: dipende $a\in\mathbb{R}$
W 2.1.2.4: e' 5 solo per qualche $a\in\mathbb{R}$
W 2.1.2.5: e' 0 per ogni $a\in\mathbb{R}$
W 2.1.2.6: non esiste per qualche $a\in\mathbb{R}$

2.2 Gruppo 3 (Q/R: 3)

2.2.1: Se $f(x)=\dfrac{-2x^3-14x+2x^2+14}{4x^3+2x-2x^4-3x^2-1}$, allora
R 2.2.1.1: $\lim_{x\to 1} f(x)$ non è definito
W 2.2.1.2: $\lim_{x\to 1} f(x)=16/3$
W 2.2.1.3: $\lim_{x\to 1} f(x)=\infty$
W 2.2.1.4: $\lim_{x\to 1} f(x)=\dfrac{19}{3}$
W 2.2.1.5: nessuna delle altre risposte è giusta

2.2.2: Se $f(x)=\dfrac{3x^3+21x-3x^2-21}{-2x^3-x-2x^4+3x^2+2}$, allora
R 2.2.2.1: $\lim_{x\to 1} f(x)=-8/3$
R 2.2.2.2: $\lim_{x\to -2} f(x)$ non è definito
R 2.2.2.3: $\lim_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$
R 2.2.2.4: $\lim_{x\to -2^-} f(x)=\infty$
R 2.2.2.5: $\lim_{x\to \infty} f(x)=0$
R 2.2.2.6: $\lim_{x\to -\infty} f(x)=0$
R 2.2.2.7: nessuna delle altre risposte è giusta
W 2.2.2.8: $\lim_{x\to 1} f(x)=0$
W 2.2.2.9: $\lim_{x\to 1} f(x)$ non è definito
W 2.2.2.10: $\lim_{x\to 1} f(x)=-\infty$
W 2.2.2.11: $\lim_{x\to -2} f(x)=\infty$
W 2.2.2.12: $\lim_{x\to -2} f(x)=-\infty$
W 2.2.2.13: $\lim_{x\to -2} f(x)=3$
W 2.2.2.14: $\lim_{x\to -2^+} f(x)=\infty$
W 2.2.2.15: $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ non è definito
W 2.2.2.16: $\lim_{x\to -2^+} f(x)=0$
W 2.2.2.17: $\lim_{x\to -2^-} f(x)=-\infty$
W 2.2.2.18: $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ non è definito
W 2.2.2.19: $\lim_{x\to -2^-} f(x)=0$
W 2.2.2.20: $\lim_{x\to \infty} f(x)=\infty$
W 2.2.2.21: $\lim_{x\to \infty} f(x)=-\infty$
W 2.2.2.22: $\lim_{x\to \infty} f(x)=-3/2$
W 2.2.2.23: $\lim_{x\to -\infty} f(x)=\infty$
W 2.2.2.24: $\lim_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$
W 2.2.2.25: $\lim_{x\to -\infty} f(x)=-3/2$

---

3 Massimi e minimi su intervalli

3.1 Gruppo 4 (Q/R: 2)

3.1.1: La funzione $f(x)=\left|x^2-2\,x-3\right|$
R 3.1.1.1: ha in [0, 2] minimo uguale a 3
R 3.1.1.2: raggiunge il minimo in [0, 2] per $x=0$
R 3.1.1.3: raggiunge il minimo in [0, 2] per $x=0$ e $x=2$
R 3.1.1.4: raggiunge il massimo in [1/2, 8] per $x=8$
R 3.1.1.5: ha in [1/2, 8] minimo uguale a 0
R 3.1.1.6: raggiunge il minimo in [1/2, 8] per $x=3$
W 3.1.1.7: non ha minimo in [0, 2]
W 3.1.1.8: ha in [0, 2] massimo uguale a 3
W 3.1.1.9: raggiunge il minimo in [0, 2] per $x=1$
W 3.1.1.10: raggiunge il massimo in [1/2, 8] per $x=4$
W 3.1.1.11: ha in [1/2, 8] minimo uguale a $-27/4$
W 3.1.1.12: non ha massimo in [1/2, 8]
W 3.1.1.13: non ha minimo in [1/2, 8]
W 3.1.1.14: ha in [1/2, 8] massimo uguale a 4

3.1.2: Se $f(x)=\sqrt{1-x}-1$, allora
R 3.1.2.1: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-3,0]$ in $x=-3$
R 3.1.2.2: f ha minimo
R 3.1.2.3: f non ha massimo
R 3.1.2.4: f non ha massimo sull'intervallo $(-3,0)$
R 3.1.2.5: f non ha minimo sull'intervallo $(-3,-1)$
R 3.1.2.6: f ha minimo sull'intervallo $(-3,-1]$
W 3.1.2.7: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3,0]$ è dato da 4
W 3.1.2.8: f ha massimo
W 3.1.2.9: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3,0]$ è positivo
W 3.1.2.10: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3,0]$ è negativo
W 3.1.2.11: f non ha minimo
W 3.1.2.12: f non ha massimo sull'intervallo $[-3,0)$
W 3.1.2.13: f non ha minimo sull'intervallo $(-3,-1]$
W 3.1.2.14: f ha massimo sull'intervallo $(-3,0]$

W 3.1.2.15: f ha minimo sull'intervallo $(-3,-1)$
W 3.1.2.16: nessuna delle altre risposte è giusta

---

4 Prime proprieta' del grafico

4.1 Gruppo 5 (Q/R: 1)

4.1.1: La funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2+3\,x}{x-4}$
R 4.1.1.1: ha un asintoto verticale $x=4$
R 4.1.1.2: ha massimo positivo sull'intervallo $[-3,0]$
R 4.1.1.3: non ha limite per $x \to 4$
R 4.1.1.4: ha limite $+\infty$ per $x \to +\infty$
R 4.1.1.5: ha limite $-\infty$ per $x \to -\infty$
R 4.1.1.6: ha un asintoto verticale
W 4.1.1.7: ha limite $+\infty$ per $x \to -\infty$
W 4.1.1.8: ha limite $-\infty$ per $x \to +\infty$
W 4.1.1.9: non ha limite per $x \to 4^+$
W 4.1.1.10: non ha limite per $x \to 4^-$
W 4.1.1.11: ha un asintoto orizzontale
W 4.1.1.12: ha due asintoti verticali
W 4.1.1.13: ha minimo sull'intervallo $(-3,0)$

4.2 Gruppo 6 (Q/R: 1)

4.2.1: La funzione definita da $f(x) = \dfrac{x-4}{x^2+3\,x}$
R 4.2.1.1: ha limite $+\infty$ per $x \to -3^+$
R 4.2.1.2: ha limite $-\infty$ per $x \to 0^+$
R 4.2.1.3: ha minimo positivo sull'intervallo $(-3,0)$
R 4.2.1.4: non cambia segno nell'intervallo $(-3,0)$
R 4.2.1.5: ha un asintoto orizzontale $y=0$
R 4.2.1.6: ha un asintoto orizzontale e due verticali
W 4.2.1.7: non ha limite per $x \to 4$
W 4.2.1.8: ha limite $+\infty$ per $x \to +\infty$
W 4.2.1.9: ha limite $-\infty$ per $x \to -\infty$
W 4.2.1.10: ha un asintoto verticale $x=4$
W 4.2.1.11: ha massimo positivo sull'intervallo $(-3,0)$
W 4.2.1.12: non ha limite per $x \to 4^+$
W 4.2.1.13: ha un asintoto orizzontale $y=4$

---

5 Teoriche su limiti e continuita'

5.1 Gruppo 7 (Q/R: 1)

5.1.1: Sia f una funzione reale di variabile reale. La seguente proposizione:
esiste $\epsilon > 0$ *tale che per ogni* $\delta > 0$*, da* $x \in (1, 1+\delta)$ *segue* $|f(x)-3| < \epsilon$
afferma che
R 5.1.1.1: f e' limitata sulla semiretta $(1,\infty)$
R 5.1.1.2: Nessuna delle altre risposte è giusta
W 5.1.1.3: f vale 3 sulla semiretta $(1,\infty)$
W 5.1.1.4: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 3$
W 5.1.1.5: $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = 1$
W 5.1.1.6: f e' una funzione costante

5.2 Gruppo 8 (Q/R: 2)

5.2.1: Data la funzione f definita da:

$$f(x) = \begin{cases} x\ln(2x+1) & x>0 \\ 1 & x=0 \\ \frac{\sin(x)}{x} - 1 & x<0 \end{cases}$$

R 5.2.1.1: il limite di $f(x)$ per x che tende a zero è 0
W 5.2.1.2: il limite di $f(x)$ per x che tende a zero è 1
W 5.2.1.3: la funzione è continua
W 5.2.1.4: non esiste il limite per x che tende a zero
W 5.2.1.5: il limite di $f(x)$ per x che tende a zero è $-\infty$
W 5.2.1.6: non esiste il limite ma esistono i limiti destro e sinistro

5.2.2: La funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{8-2x^2} & \text{se} \quad |x| < \sqrt{2} \\ k & \text{se} \quad |x| \geq \sqrt{2} \end{cases}$$

R 5.2.2.1: è continua su $\mathbb{R}$ per $k=2$
R 5.2.2.2: è continua su $\mathbb{R}$ per un solo valore di $k \in \mathbb{R}$
R 5.2.2.3: non è continua se $k \neq 2$
W 5.2.2.4: è continua su $\mathbb{R}$ per $k=0$
W 5.2.2.5: è continua su $\mathbb{R}$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
W 5.2.2.6: è discontinua per ogni $k \in \mathbb{R}$
W 5.2.2.7: è continua su $\mathbb{R}$ per almeno tre valori di $k \in \mathbb{R}$
W 5.2.2.8: è continua su $\mathbb{R}$ per $k=8$

5.3 Gruppo 9 (Q/R: 3)

5.3.1: Quale delle seguenti ipotesi è sufficiente affichè un polinomio abbia una e una sola radice reale?
R 5.3.1.1: Sia di grado 1
W 5.3.1.2: Sia di grado pari
W 5.3.1.3: Abbia termine noto uguale a zero
W 5.3.1.4: Nessuna delle altre risposte è giusta

5.3.2: Quale delle seguenti ipotesi è sufficiente affichè un polinomio abbia almeno una radice reale?
R 5.3.2.1: Abbia limiti diversi per x che tende a $\pm\infty$
R 5.3.2.2: Abbia termine noto uguale a zero
W 5.3.2.3: Sia di grado pari
W 5.3.2.4: Nessuna delle altre risposte è giusta
W 5.3.2.5: Abbia limite uguale a $-\infty$ per x che tende a $-\infty$

5.3.3: Cosa posso affermare sapendo che la funzione f e' continua in $(-3, 70)$?
R 5.3.3.1: f ha massimo su $[1, 2]$
R 5.3.3.2: Se f ha massimo uguale a B e minimo uguale a A allora la sua immagine e' l'intervallo $[A, B]$
R 5.3.3.3: Nessuna delle altre risposte è giusta
R 5.3.3.4: f ha per immagine un intervallo
W 5.3.3.5: f ha massimo su $(1, 2)$
W 5.3.3.6: L'immagine di f è contenuta in una semiretta positiva
W 5.3.3.7: L'immagine di f è contenuta in una semiretta negativa
W 5.3.3.8: L'immagine di f non è contenuta in una semiretta
W 5.3.3.9: f non ha massimo su $[1, 2]$
W 5.3.3.10: f ha per immagine un intervallo limitato

---

6 Zeri delle funzioni continue a partire dalla conoscenza del grafico

---

6.1 Gruppo 10 (Q/R: 2)

6.1.1: Per quali valori del parametro reale k l'equazione $|x - 1|^3 + 4 = k$ ammette almeno 2 soluzioni reali distinte?
R 6.1.1.1: $k > 4$
R 6.1.1.2: Nessuna delle altre soluzioni e' giusta
W 6.1.1.3: $k \geq 0$
W 6.1.1.4: $k < 4$
W 6.1.1.5: $k \in \mathbb{R}$
W 6.1.1.6: Per nessun valore di k

6.1.2: Determinare il numero delle soluzioni reali e distinte dell'equazione $\sqrt[3]{|x|} = -9/2$
R 6.1.2.1: nessuna soluzione
W 6.1.2.2: nessuna delle altre risposte è giusta
W 6.1.2.3: una soluzione
W 6.1.2.4: due soluzioni distinte

6.2 Gruppo 11 (Q/R: 2)

6.2.1: Determinare il numero delle soluzioni reali e distinte dell'equazione $\sqrt[3]{|x|} = 9/2$
R 6.2.1.1: due soluzioni distinte
W 6.2.1.2: nessuna soluzione
W 6.2.1.3: nessuna delle altre risposte è giusta
W 6.2.1.4: una soluzione

6.2.2: L'equazione $|\sqrt{|x|} - 4| = k$
R 6.2.2.1: ammette 4 soluzioni distinte per $k \in (0, 4)$
R 6.2.2.2: ammette 2 soluzioni distinte per $k \in (4, \infty)$ e $k = 0$
R 6.2.2.3: ammette 3 soluzioni distinte per $k = 4$
R 6.2.2.4: ammette almeno 2 soluzioni distinte per $k \in [0, \infty)$
W 6.2.2.5: non ha soluzioni per alcun k
W 6.2.2.6: nessuna delle altre risposte è giusta
W 6.2.2.7: ammette 2 soluzioni distinte per $k \in (0, 4)$
W 6.2.2.8: ammette 4 soluzioni distinte per $k \in (4, \infty)$
W 6.2.2.9: ammette 4 soluzioni distinte per $k = 4$