

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Analisi Matematica 1

Esercizi relativi alla quinta settimana di lezione dell'A.A. 2004/05

Questi esercizi sono da considerarsi materiale aggiuntivo rispetto agli esercizi del testo, che devono comunque essere svolti.

1. Con il cambiamento di variabile calcolare, se esistono (attenzione anche al dominio!!!), i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} e^{\cos(1/x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} e^{(-1/x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \ln(1/(x - x^3 + 1))$$

2. Svolgere gli esercizi sulle derivate del testo
3. Determinare, per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ le seguenti funzioni risultano appartenere a $C^1(\mathbb{R})$ e a $C^2(\mathbb{R})$

$$\begin{cases} 3x+5 & x \leq 3 \\ x+a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x/a+5 & x \leq 3 \\ x+a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} \cos(ax) & x \leq 0 \\ \sin(x+a) & x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \sqrt{ax} & x \leq 0 \\ -\sqrt{x} & x > 0 \end{cases}$$

Per i valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui le funzioni risultano continue ma non derivabili in $x = x_0$, determinare se x_0 è un punto angoloso, un punto a tangente verticale o una cuspid.

4. Determinare, per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ le seguenti funzioni risultano appartenere a $C^1(\mathbb{R})$ e a $C^2(\mathbb{R})$

$$\begin{cases} a \cos(3x) & x \leq 0 \\ ax + bx^2 & x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} a \cos(3x) & x \leq 0 \\ a + bx^2 & x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2ax^2 + bx + 1 & x \leq 1 \\ ax + 2b & x > 1 \end{cases}$$

Per i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ per cui le funzioni risultano continue ma non derivabili in x_0 , determinare se x_0 è un punto angoloso, un punto a tangente verticale o una cuspid.

5. Siano date le funzioni definite da

$$f_1(x) = \sqrt{x+3} - 5, \quad f_2(x) = \frac{x}{1-x}, \quad f_3(x) = \sqrt{1-x^2},$$

$$f_4(x) = |x^3 - 1| + 3, \quad f_5(x) = |x^2 - 3x - 4|, \quad f_6(x) = \sqrt[7]{x - x^2}$$

$$f_7(x) = \sqrt{|x^3 - 1|}, \quad f_8(x) = \sqrt{|x^2 - 3x - 4|}, \quad f_9(x) = \exp(|x - x^2|),$$

$$f_{10}(x) = \exp(-\sqrt{x+3}), \quad f_{11}(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right), \quad f_{12}(x) = \ln(\sqrt{1-x^2}).$$

Determinare in quali punti sono continue, in quali sono derivabili, gli eventuali punti angolosi, le cuspidi e i punti a tangente verticale.