Analisi 1 - ICI - 2004-2005

December 28, 2004

Contents

---

1 Applicazioni

1.1 a04applicazioni (Q/R: 3)

1.1.1: Un punto materiale di massa $1kg$ si muove su una retta per effetto di una forza dipendente dal tempo $F(t) = \sin(t)kg\,m/s^2$. Determinare il suo spostamento in metri $x(t)$ dalla posizione al tempo $t = 0$, sapendo che allora la sua velocita era nulla.
R $x(t) = t - \sin(t)$
W $x(t) = -\sin(t)$
W $x(t) = at - \sin(t) + b \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$
W non si puo' determinare lo spostamento con i dati del problema
W $x(t) = -\cos(t)$
W $x(t) = \sin(t)$

1.1.2: Un grave viene lanciato verso l'alto da una altezza di 20 metri con una velocita' iniziale di 10^3 cm/s. Si suppone che il moto avvenga solo per effetto della gravita' e che l'accelerazione di gravita' sia di 9.8 m/s^2.
R il grave tocca terra dopo $(50 + 10\sqrt{123})/49$ secondi
R raggiunge la massima altezza dal suolo dopo 50/49 secondi
R la massima altezza dal suolo che raggiunge è 1230/49 metri
W il grave tocca terra dopo $(50+20\sqrt{43})/49$ secondi
W la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 1730 metri
W il grave tocca terra dopo $(25\sqrt{3} - 5\sqrt{251})/49$ secondi
W il grave tocca terra dopo $(100\sqrt{2})/49$ secondi
W il grave tocca terra dopo $(10\sqrt{5})/7$ secondi
W la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 50 metri
W la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 500/49 metri

1.1.3: Un grave viene lanciato verso l'alto da una altezza di 50 metri con una velocita' iniziale di 20 m/s. Si suppone che il moto avvenga solo per effetto della gravita' e che l'accelerazione di gravita' sia di 9.8 m/s^2.
R il grave tocca terra dopo circa 6 secondi
R raggiunge la massima altezza dal suolo dopo circa 2 secondi
R la massima altezza dal suolo che raggiunge è meno di 80 metri
W il grave tocca terra dopo circa 20 secondi
W la massima altezza dal suolo che raggiunge e' piu' di 80 metri
W il grave tocca terra dopo $(25\sqrt{3} - 5\sqrt{251})/49$ secondi
W il grave tocca terra dopo meno di un secondo dal lancio

W il grave impiega piu' di 10 secondi per toccare terra
W la massima altezza dal suolo che raggiunge e' piu' di 80 metri
W il grave impiega piu' di 5 secondi per raggiungere la massima altezza

2 Aree I

2.1 a04aree (Q/R: 2)

2.1.1: Determinare l'area della parte limitata di piano individuata dal grafico $y = -(x+5)^3$ e dalla retta di equazione $y = -x - 5$
R $1/2$
R nessuna delle altre risposte e' giusta
W 0
W $1/4$
W $3/2$
W $-1/2$

2.1.2: Determinare l'area della parte di piano compresa fra i grafici delle funzioni

$$y = \sqrt{x+2} - 8, \quad y = 6x + 4$$

e le rette verticali

$$x = -\frac{143}{72}, \quad x = -\frac{35}{18}$$

R $-\frac{1}{144}\sqrt{2} + \frac{59}{5184}$
W $\frac{7}{1296}\sqrt{2} - \frac{5}{576}$
W $-\frac{7}{1296}\sqrt{2} + \frac{5}{576}$
W $\frac{1}{144}\sqrt{2} - \frac{59}{5184}$
W 0
W nessuna delle altre risposte e' giusta

3 Aree II

3.1 a04areebis (Q/R: 2)

3.1.1: Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1-x}{x-7}$, l'asse x e le rette verticali $x = -2$, $x = 4$
R $12\ln(2) - 6\ln(3)$
R $6\ln(4/3)$
W 0
W $-6 + 6\ln(3)$
W $16\ln(2) - 8\ln(3)$
W $-12\ln(2) + 6\ln(3)$
W $6 - 6\ln(3)$

3.1.2: Calcolare l'area della parte di piano compresa tra l'asse x, il grafico della funzione $f(x) = \dfrac{x}{3x^2+1}$ e le rette verticali di equazioni $x = -3$ e $x = 1$
R $2/3\ln(2) + 1/6\ln(7)$
W $1/6\ln(7)$
W $1/4\ln(5) + 1/4\ln(13) + 1/4\ln(17)$
W $2\ln(3)$

4 Integrali

4.1 a04integrali (Q/R: 2)

4.1.1: Calcolare $\displaystyle\int_{-5}^{10} -\arctan\left(\frac{x}{5}\right) dx$
R $-10\arctan(2) + \frac{5}{2}\ln(5) + \frac{5\pi}{4} - \frac{5}{2}\ln(2)$
W 0
W ∞
W $10\arctan(2) - \frac{5}{2}\ln(5) - \frac{5}{4}\pi + \frac{5}{2}\ln(2)$
W $-8\arctan(2) + 2\ln(5) + \pi - 2\ln(2)$
W $-12\arctan(2) + 3\ln(5) + \frac{3}{2}\pi - 3\ln(2)$

4.1.2: Calcolare $\displaystyle\int_{-15/2}^{-6} \frac{1}{2x+2} \mathrm{d}x$
R $\frac{1}{2}\ln(2) + \frac{1}{2}\ln(5) - \frac{1}{2}\ln(13)$
W 0
W ∞
W $\frac{1}{3}\ln(2) + \frac{1}{3}\ln(5) - \frac{1}{3}\ln(13)$
W $-\frac{1}{2}\ln(2) - \frac{1}{2}\ln(5) + \frac{1}{2}\ln(13)$
W $\frac{1}{4}\ln(2) + \frac{1}{4}\ln(5) - \frac{1}{4}\ln(13)$
W $-\frac{1}{3}\ln(2) - \frac{1}{3}\ln(5) + \frac{1}{3}\ln(13)$

5 Funzioni integrali

5.1 a04fni-int (Q/R: 1)

5.1.1: Sia f la funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2+3x}{x-4}$ e sia $F(x) = \displaystyle\int_5^x f(t)\,dt$. quali delle seguenti affermazioni e' giusta? Si consiglia di non calcolare l'integrale.
R F è definita in $(4, +\infty)$
R F è positiva per $x > 5$ nel suo dominio
R F è negativa per $x < 5$ nel suo dominio
R F è strettamente crescente nel suo dominio

R F non ha minimo
R F non ha massimo
W F è definita in $(-\infty, 4)$
W F è definita in $\mathbb{R} \setminus \{4\}$
W F ha un minimo relativo
W F ha un massimo relativo
W F è positiva per $x < 5$ nel suo dominio
W F è negativa per $x > 5$ nel suo dominio
W F è strettamente decrescente nel suo dominio
W F è positiva nel suo dominio
W F è negativa nel suo dominio
W nessuana delle altre risposte e' giusta

---

6 Limiti notevoli

6.1 a04lim-notevoli (Q/R: 3)

6.1.1: Su quale dei seguenti intervalli la funzione definita da $f(x) = x(1 - \ln(x))$ e' invertibile?
R $[0, 1]$, se la si considera estesa per continuita' a 0
W $(0, e)$
W $(0, \infty)$
W su nessun intervallo
W nessuna delle altre risposte e' giusta
W sul suo dominio

6.1.2: $\lim_{x\to-\infty} (-x)^\alpha e^x$
R e' uguale a 0 per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$
W dipende dal valore di $\alpha \in \mathbb{R}$
W esiste solo se $\alpha \in \mathbb{N}$
W non esiste qualsiasi sia $\alpha \in \mathbb{R}$
R nessuna delle altre risposte e' giusta
W e' uguale a ∞ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$
W se esiste non e' uguale a 0 qualsiasi sia $\alpha \in \mathbb{R}$

6.1.3: La funzione definita da $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^\alpha}$
R ha un asintoto orizzontale solo se $\alpha > 0$
R ha un asintoto verticale solo se $\alpha \leq 0$
W ha un asintoto verticale se e solo se $\alpha \leq 1$
W ha un asintoto orizzontale solo se $\alpha > 1$
W non ha asintoti orizzontali qualsiasi sia $\alpha \in \mathbb{R}$
W non ha asintoti verticali qualsiasi sia $\alpha \in \mathbb{R}$
W non ha asintoto orizzontale se $\alpha = 10^{-9}$
W nessuna delle altre risposte e' giusta
W e' estendibile per continuita' a 0 se $\alpha = 1$
R e' estendibile per continuita' a 0 se $\alpha = -10$

---

7 Limiti con Taylor

7.1 a04lim-Tay (Q/R: 2)

7.1.1: $\lim_{x\to0} \dfrac{\sin(x) - x + x^3/3!}{x^n}$
R e' uguale a 0 per ogni naturale $n < 5$
R e' uguale a 0 per ogni naturale $n \leq 4$
R e' uguale a ∞ per ogni numero dispari $n > 5$
R non esiste per ogni numero pari $n > 4$
W e' uguale a $-\infty$ per ogni numero dispari $n > 5$
W e' uguale a ∞ per ogni numero n dispari
W non esiste per ogni numero pari n
W e' uguale a ∞ per ogni numero dispari $n \geq 5$
W e' uguale a 0 per ogni naturale $n \leq 5$
W non esiste
W esiste per ogni $n \in \mathbb{N}$
R esiste per ogni numero n dispari
W non esiste qualsiasi sia $n \in \mathbb{N}$
W nessuna delle altre risposte e' giusta

7.1.2: $\lim_{x\to0} \dfrac{\sin(x) - x + x^3/3!}{x^5}$ e' uguale a
R $1/5!$
R $1/120$
W $-1/5!$
W 0
W $1/5$
W non esiste
R nessuna delle altre risposte e' giusta
W ∞
W $-\infty$

---

8 Tecniche di integrazione I

8.1 a04parti (Q/R: 2)

8.1.1: $\displaystyle\int x^2 e^x dx$ e' uguale a
R $e^x x^3/3 - 1/3 \int x^3 e^x dx$
W $e^x x^2 - 2 \int x^2 e^x dx$
W $e^x x^2 + 2 \int x e^x dx$
W nessuna delle altre risposte e' giusta

8.1.2: Sulla semiretta $(-\infty, 0)$, $\displaystyle\int \frac{e^x}{x} dx$ e' uguale a
R $e^x \ln(-x) - \int \ln(-x) e^x dx$
R $\frac{e^x}{x} + \int \frac{e^x}{x^2} dx$
W $\frac{e^x}{x} - \int \frac{e^x}{x^2} dx$
W $e^x \ln(x) - \int \ln(x) e^x dx$
W $e^x/x - \int e^x dx$
W $2e^x/x^2 - \int x^2/(2e^x) dx$
W nessuna delle altre risposte e' giusta

---

9 Tecniche di integrazione II

9.1 a04sostituzione (Q/R: 2)

9.1.1: $\int_{-2}^{-3} \cos(2\ln(-2x))\,dx$ è uguale a

R $-\int_{4\ln(2)}^{2\ln(6)} 1/4\cos(t)\,e^{1/2t}dt$

W $\int_{4\ln(2)}^{2\ln(6)} 1/4\cos(t)\,e^{1/2t}dt$

W $-\int_{-2}^{-3} 1/4\cos(t)\,e^{1/2t}dt$

W tale integrale non esiste

9.1.2: $\int_{-2}^{-3} \cos(3\ln(2x))\,dx$ è uguale a

W $\int_{-2}^{-3} 1/6\cos(t)\,e^{1/3t}dt$

W $\int_{6\ln(2)}^{3\ln(2)} 1/6\cos(t)\,e^{1/3t}dt$

W $\int_{6\ln(2)}^{3\ln(2)} \cos(t)\,dt$

R tale integrale non esiste

10 Teoriche sugli integrali

10.1 a04teo-int (Q/R: 2)

10.1.1: L'area della parte di piano compresa fra il grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3}{\cos(4x)}$, l'asse delle x e le rette $x = -\pi/16,\ y = \pi/16$

R è data da $2\int_0^{\pi/16} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$

R è data da $-2\int_{\pi/16}^{0} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$

W nessuna delle altre risposte è giusta

W è 0

W è data da $\int_{-\pi/16}^{\pi/16} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$

W è data da $\int_{-\pi/16}^{0} \frac{t^3}{\cos(4t)dt} + \int_0^{\pi/16} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$

10.1.2: Sia $f : (-3/2, 43) \to \mathbb{R}$ una funzione continua e G una sua antiderivata (primitiva) su $(-3/2, 43)$ allora se definisco $g : (-3/2, 43) \to \mathbb{R}$ con $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ posso affermare che

R $g(x) = G(x) - G(0)$

R Se $f(0) = 0$, il grafico di g ha una tangente orizzontale nel punto $(0, 0)$

R $g(0) = 0$

W $G(0) = 0$

W $G'(x) = g(x),\ \forall x \in (-3/2, 43)$

W $G(x) = g(x),\ \forall x \in (-3/2, 43)$

W $g'(x) = f(x),\ \forall x \in [-3/2, 43]$

W $g(0) = 0$, quindi il grafico di G ha una tangente orizzontale nel punto di ascissa 0

W Se $f(0) = 0$, allora g ha un punto di massimo o di minimo relativo (locale)

11 Teoriche sul polinomio di Taylor

11.1 a04teo-Tay (Q/R: 2)

11.1.1: Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R})$, sapendo che il suo polinomio di Taylor centrato in 0 di grado 4 e' $P(x) = x^2 - 3x^3/2$, posso affermare che

W P non puo' essere il polinomio di Taylor centrato in 0 di grado 4 di f

W $f''(0) = 1$

R $f''(0) = 2$

R $f'(0) = 0$

R la tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$ e' $y = 0$

W la tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$ e' $y = x$

W la tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$ e' $y = 1 - 3x$

R $f^{(3)}(0) = -18$

W $f^{(3)}(0) = -2$

R $f^{(4)}(0) = 0$

W la funzione e' crescente in un intorno di 0

R la funzione ha un minimo locale in $x = 0$

R la funzione ha un minimo locale che vale 0

W le informazioni non sono sufficienti per calcolare $f^{(4)}(0)$

R le informazioni non sono sufficienti per calcolare $f^{(5)}(0)$

11.1.2: Sia P il polinomio di Taylor centrato in 1 di grado 4 di $\ln(x)$.

W $\ln(1/2) - P(1/2) = -1/(160\xi^5)$

W $P(1/2)$ e' una approssimazione per eccesso di $\ln(1/2)$

R Esiste $\xi \in [1/2, 1]$ tale che $\ln(1/2) - P(1/2) = -1/(160\xi^5)$

R $P(1/2)$ e' una approssimazione per difetto di $\ln(1/2)$

R L'errore $|\ln(1/2) - P(1/2)|$ e' minore di 1/5 e maggiore di 1/160

W L'errore $|\ln(1/2) - P(1/2)|$ e' minore di 1/160

W L'errore $|\ln(1/2) - P(1/2)|$ e' maggiore di 1/5

W $P(x)$ e' la migliore approssimazione polinomiale di $\ln(x)$

R esiste un intorno di 1 in cui $P(x)$ e' la migliore approssimazione di $\ln(x)$ con un polinomio di grado 4

W L'errore $|\ln(1/2) - P(1/2)|$ e' minore di 10^{-3}