Corso di Laurea in Ingegneria Civile
Analisi Matematica I

Lezioni A.A. 2003/2004 , prof. G. Stefani
secondo semiperiodo 24/11/03-24/01/04

Testo consigliato: Robert A. Adams - Calcolo differenziale 1 - Casa Editrice Ambrosiana

Il registro delle lezioni contiene gli argomenti svolti a lezione ed alcuni suggerimenti su come usare il testo. Occasionalmente saranno proposti esercizi e date spiegazioni di argomenti. Se non specificato altrimenti i capitoli e i paragrafi citati si riferiscono allla terza edizione del testo consigliato, in parentesi appaiono quelli riferiti alla seconda edizione.

1 27-28/11. Paragrafi 3.1-6 (4.1-6)

Giovedi' 27/11
1. La funzione inversa e la sua derivata: definizione, grafico e proprieta'. **Attenzione:**

Molti autori chiamano **iniettiva** o **biunivoca sull'immagine** o **1-1** una funzione f che il testo chiama biunivoca.

Esempi: x^3, $\sqrt[3]{x}$.
Esercizio proposto: studiare l'invertibilita' della funzione $f(x) = 1/(x^3 - 1)$ nell'intervallo $(1, \infty)$.
2. Le funzioni trigonometriche inverse e le loro derivate.

Riguardare le proprieta' di esponenziali e logaritmi

Venerdi' 28/11
3. Definizione delle funzioni ln e exp e del numero e come soluzione dell'equazione $\ln(x) = 1$. Calcolo delle derivate di ln e exp .
4. Cenno della dimostrazione dell'uguaglianza $\exp(x) = e^x$. Studio delle funzioni del tipo $x \mapsto g(x)^{f(x)}$ mediante l'uguaglianza

$$g(x)^{f(x)} = \exp(f(x)\ln(g(x))) = e^{f(x)\ln(g(x))}$$

5. Esercizi: calcolare dominio, derivata e studiare il grafico delle funzioni

$$\ln(x)^{\arcsin(x)}, \quad \arcsin(x)^{\ln(x)}$$

2 4-5/12. Paragrafi 4.9 (5.5), 5.6 (6.6), 6.1-2 (7.1-2)

Giovedi' 4/12
6. Regole di de l'Hopital (senza dimostrazione) per il calcolo dei limiti. Confronto fra la crescita di esponenziali, logaritmi e potenze per $x \to \pm\infty$.
7. Calcolo dei limiti di $x^\alpha \ln(x)$ per $x \to 0^+$ Esercizi sullo studio di funzioni.
Venerdi' 5/12
8. Differenziale di una funzione come approssimazione dell'incremento. Regola di integrazione per parti e per sostituzione (cambiamento di variabile per gli integrali). Regole pratiche mediante l'uso del differenziale. Esempi:

$$\int x\cos(x)\,dx, \int xe^x\,dx, \int \cos(3x)\,dx, \int \frac{\cos(\ln(x)}{x}\,dx, \int \sqrt{1-x^2}$$

9. Definizione delle funzioni senoiperbolico (sinh) e cosenoiperbolico (cosh), studio dei loro grafici, calcolo delle derivate e relazione algebrica
10. Esercizi

- calcolo della primitiva di $\sqrt{1+x^2}$
- calcolo di $\sinh^{-1}$ mediante funzioni note
- calcolo e studio delle primitive di $1/x$ sulle semirette $(-\infty, 0)$ e $(0, \infty)$.
- studio della funzione $x \mapsto \arcsin(\sqrt{9-x^2})$

3 11-12/12. Paragrafi 6.3 (7.3)

Giovedi' 11/12 11.
Lezione tenuta dalla Prof. Poggiolini: integrali delle funzioni razionali con denominatore di grado uno.
12. Lezione tenuta dalla Prof. Poggiolini: integrali delle funzioni razionali con denominatore di grado due.
Venerdi' 12/12
13. Lezione tenuta dalla Dott. Poggiolini: esercizi sugli integrali.
14. Lezione tenuta dalla Dott. Poggiolini: esercizi sugli integrali.
15. Lezione tenuta dalla Dott. Poggiolini: esercizi sugli integrali.

4 18-19/12. Paragrafi 4.8 (5.6), 9.7-9 (11.3-5)

Giovedi' 18/12
16. Approssimazione di Taylor con resto in forma di Lagrange e di Peano.
17. Cenno sugli infinitesimi. Definizione di $O((x-a)^n)$ e di $o((x-a)^n)$ (infinitesimi di ordine superiore). Polinomi di Taylor di

$$e^x, \sin(x), \cos(x), \sinh(x), \cosh(x)$$

Venerdi' 19/12
18. Uso dell'approssimazione di Taylor per il calcolo dei limiti. Esempi: limite per $x \to 0$ di

$$\frac{(\cos(x)-1)^2}{x^2}, \ \frac{\exp(x)-1-x-x^2/2}{(\cos(x)-1)^3}$$

19. Uso del Teorema di Taylor per il calcolo della potenza del binomio e simboli binomiali, Esempio 1 del Paragrafo 9.9 (11.5) pg.603 (623). Polinomio di Taylor centrato in $x=0$ di $(1+x)^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ e di $\ln(1+x)$
Elenco delle funzioni i cui polinomi di taylor centrati in 0 devono essere ricordati

$$\exp(x),\ \ln(1+x),\ \sin(x),\ \cos(x),\ \sinh(x),\ \cosh(x),\ (1+x)^\alpha$$

20. Esercizi:

1. uso del Teorema di Taylor per il calcolo in $x=0$ delle derivate di $\sin(x)/x$
2. calcolo del polinomio di Taylor di $1/(1-x)$ a partire da quello di $1/(1+x)$
3. calcolo del primo termine del polinomio di Taylor di $\tan(x)$ a partire da quelli di $\sin(x)$ e $\cos(x)$. Per esercizio: calcolo dei termini fino al grado 3

5 8-9/01/04 Appendice I

Giovedi' 8/01
21. Parte principale di una funzione per $x \to x_0$ (**sul testo non e' definita**)
Definizione. Sia f una funzione continua in x_0, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e $r \in \mathbb{R}$, $r \geq 0$. Si dice che $a(x - x_0)^r$ e' la parte principale di f per $x \to x_0$ se

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{a(x - x_0)^r} = 1$$

Si dice anche che f e' un infinitesimo di ordine r per $x \to x_0$.
Analoghe definizioni si danno per $x \to x_0^{\pm}$ **Osservazioni.**

- Non tutte le funzioni hanno parte principale, ad esempio $x \ln(x)$ e $\exp(-1/x^2)$ (estese per continuita' a 0) per $x \to 0$.
- La parte principale di $(f(x) - f(x_0))$, quando esiste, esprime la maniera di andare a 0 dell'incremento, determina l'andamento del grafico vicino a x_0 e quindi indica se ci sono massimi o minimi locali e flessi.
- Se $f \in C^\infty$ in un intorno di x_0 ed ha parte principale per $x \to x_0$, allora la sua parte principale e' il primo termine non nullo di ogni polinomio (non nullo) di Taylor centrato in x_0. Si noti che $\exp(-1/x^2)$ e' una funzione C^∞ che ha tutte le derivate in 0 uguali a 0.

22. Esercizi
Venerdi' 9/01
23. Esercizi sulle approssimazioni di Taylor:

- Determinare l'approssimazione di Taylor di $\ln(-x)$ per $x \to -3$ e disegnarne il grafico vicino a -3
- Calcolare mediante la parte principale di $\ln(1 + t)$ e la trasformazione $t = 1/x$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

  Esercizio proposto: disegnare il grafico della funzione

24. I numeri complessi $\mathbb{C}$: rappresentazione cartesiana, operazioni, modulo, numero coniugato, parte reale e parte immaginaria.
25. Coordinate polari, argomenti e argomento principale, rappresentazione polare e trigonometrica dei numeri complessi.

6 15-16/01/04 Appendice I, Paragrafo 6.5 (7.5)

Giovedi' 15/01
26. Formule di di passaggio fra la la rappresentazione cartesiona e polare di un numero complesso. Rappresentazione esponenziale, teorema di de Moivre (senza dimostrazione), rotazioni nel piano. Potenze e radici.
27. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione), radici un polinomio di secondo grado.
Venerdi' 16/01
28. Esercizi sui numeri complessi.
29. Area di regioni illimitate. Integrali impropri su una semiretta.
30. Integrali impropri su un intervallo limitato.

7 22-23/01/04 Esercizi di riepilogo

Giovedi' 22/01
31. Esercizi sullo studio di funzioni integrali e integrali impropri.
32. Esercizi
Venerdi' 23/01
33. Esercizi.
34. Esercizi.
35. Esercizi.