

Corso di Laurea in Ingegneria Civile
Analisi Matematica I
Esercizi relativi alla settimana 23-25/9/03

1

Determinare le soluzioni dei seguenti disequazioni e sistemi di disequazioni, esprimendole tramite unioni di intervalli

$$3x + 5 \leq 3 (< 3), \quad \frac{3x + 5}{x - 7} \leq \frac{x}{x - 1}, \quad |x + 3| < 4 (\geq 4), \quad \frac{2x^2 - 4x}{x + 7} \geq 0$$

$$\begin{cases} 3x + 5 \leq 3 \\ x + 7 > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 5 \leq 3, \\ x - 7 > 0 \end{cases}$$

2

Risolvere al variare di $a, b \in \mathbb{R}$ la disequazione $|x - a| \leq b (< b)$ e $|x - a| \geq |x + b|$

3

La disequazione

$$\frac{x + 5}{x - 3} < -4$$

1. è equivalente a:

i) $x + 5 < -4(x - 3)$

ii) $x + 5 > -4(x - 3)$

iii) se nessuna delle precedenti equivalenze è vera, determinarne una corretta

2. calcolare le soluzioni della disequazione

3. l'insieme delle sue soluzioni è

i) un intervallo limitato

ii) un intervallo limitato e chiuso

iii) un intervallo limitato e aperto

iv) una semiretta

v) l'unione disgiunta di un intervallo limitato e di una semiretta

4. Usando l'uguaglianza $\frac{x+5}{x-3} = 1 + \frac{8}{x-3}$, e i concetti di traslazione e cambio scala disegnare il grafico

$$y = \frac{x + 5}{x - 3}$$

e risolvere graficamente la precedente disequazione

4

Date $f : x \mapsto x^2$, $g : x \mapsto \sqrt{x}$, $h : x \mapsto 1/x$, calcolare $f \circ g$, $g \circ f$, $h \circ h$, specificando il dominio.

5

Usando i concetti di traslazione e cambio scala disegnare il grafico

$$y = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$$

6

Disegnare il grafico di

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ x & x \in [-1, 1] \\ -x^2 & x > 1 \end{cases}$$

7

Supponiamo di conoscere 3 (4) radici reali di un polinomio P di grado 402. Cosa posso dedurre sul numero di radici reali di P ? In particolare:

Quante radici reali e distinte ha al massimo P ?

Quante radici reali contate con la loro molteplicità ha al minimo P ?

Quanti fattori di primo grado ha al minimo P ?

Quanti fattori di primo grado ha al massimo P ?

8

Supponiamo di conoscere 3 (4) radici reali di un polinomio P di grado 401. Cosa posso dedurre sul numero di radici reali di P ? In particolare:

Quante radici reali e distinte ha al massimo P ?

Quante radici reali contate con la loro molteplicità ha al minimo P ?

Quanti fattori di primo grado ha al minimo P ?

Quanti fattori di primo grado ha al massimo P ?

9

Determinare quoziente e resto della divisione fra le seguenti coppie di polinomi

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x + 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x - 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x^4 - 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x^2 - 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x^3 - 1$$