

# Corso di Laurea in Ingegneria Civile

## Analisi Matematica I

Esercizi proposti il 17/10/03 relativi alle settimane 14-24/10

1. Svolgere gli esercizi sulle derivate del testo
2. Determinare dominio, segno, eventuali asintoti orizzontali e verticali, intervalli di crescita e decrescenza, eventuali punti a tangente orizzontale o verticale delle seguenti funzioni

$$(x^3 - 9x)(x^2 + 2x + 1), \quad x^3 - 2x^2 + x - 1, \quad \frac{x^3}{x+7}, \quad x^3 - 2x - 1, \quad \frac{x}{x^2 + 7}$$
$$\frac{x^4}{x^2 + 7}, \quad \frac{-x^2}{x^4 + 7}, \quad \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 7}, \quad \frac{x + 7}{x^2 - 2x + 3}$$

Disegnarne il grafico e determinare quale di queste funzioni ammette massimo o minimo, in caso affermativo determinare i punti di massimo e minimo. Determinare inoltre quale delle precedenti funzioni ammette massimo o minimo sull'intervallo  $[-3, 1]$

3. Determinare, per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  le seguenti funzioni risultano appartenere a  $C^1(\mathbb{R})$  e a  $C^2(\mathbb{R})$

$$\begin{cases} 3x + 5 & x \leq 3 \\ x + a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x/a + 5 & x \leq 3 \\ x + a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} \cos(ax) & x \leq 0 \\ \sin(x + a) & x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \sqrt{ax} & x \leq 0 \\ -\sqrt{x} & x > 0 \end{cases}$$

Per i valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui le funzioni risultano continue ma non derivabili in  $x = 0$ , determinare se 0 e' un punto angoloso, un punto a tangente verticale o una cuspid.

4. Determinare, per quali valori di  $a, b \in \mathbb{R}$  le seguenti funzioni risultano appartenere a  $C^1(\mathbb{R})$  e a  $C^2(\mathbb{R})$

$$\begin{cases} a \cos(3x) & x \leq 0 \\ ax + bx^2 & x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} a \cos(3x) & x \leq 0 \\ a + bx^2 & x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2ax^2 + bx + 1 & x \leq 1 \\ ax + 2b & x > 1 \end{cases}$$

Per i valori di  $a, b \in \mathbb{R}$  per cui le funzioni risultano continue ma non derivabili in  $x_0$ , determinare se  $x_0$  e' un punto angoloso, un punto a tangente verticale o una cuspid.

5. Siano date le funzioni definite da

$$f_1(x) = \sqrt{x+3} - 5, \quad f_2(x) = \frac{x}{1-x}, \quad f_3(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$f_4(x) = |x^3 - 1| + 3, \quad f_5(x) = |x^2 - 3x - 4|$$

- a. Determinare in quali punti sono continue, in quali sono derivabili, gli eventuali punti angolosi, le cuspidi e i punti a tangente verticale.
- b. Usando le derivate prime, determinare gli intervalli di crescita e decrescenza e confrontare i risultati con i grafici disegnati usando il metodo richiesto nell'esercizio 6 del giorno 6/10