

December 29, 2003

Contents

| | |
|---|----------|
| 1 Domini e Prerequisiti | 1 |
| 1.1 domini-prerequisiti (Q/R:) | 1 |
| 2 Derivate | 2 |
| 2.1 derivate (Q/R:) | 2 |
| 3 Rette tangenti | 2 |
| 3.1 tangenti (Q/R:) | 2 |
| 4 Studio-grafici | 2 |
| 4.1 studiografici (Q/R:) | 2 |
| 5 Riconoscimento grafici | 3 |
| 5.1 grafici (Q/R:) | 3 |
| 6 Massimi e minimi | 3 |
| 6.1 minimax (Q/R:) | 3 |
| 7 Integrali | 3 |
| 7.1 integrali (Q/R:) | 3 |
| 8 Aree | 4 |
| 8.1 aree (Q/R:) | 4 |
| 9 Limiti | 4 |
| 9.1 limiti (Q/R:) | 4 |
| 10 Parte principale | 4 |
| 10.1 parteprin (Q/R:) | 4 |
| 11 Teoriche | 5 |
| 11.1 teoriche (Q/R:) | 5 |

1 Domini e Prerequisiti

1.1 domini-prerequisiti (Q/R:)

- 1.1.1:** Il dominio della funzione $f(x) = \arccos(3x+2)$ è definito da
R 1.1.1.1: $-1 \leq x \leq -1/3$
W 1.1.1.2: $-1 < x < -1/3$
W 1.1.1.3: $-1 \leq x < -1/3$
W 1.1.1.4: $-1 < x \leq -1/3$
W 1.1.1.5: $-3/10 < x < -1/10$

W 1.1.1.6: $-3/10 \leq x < -1/10$
W 1.1.1.7: $-3/10 < x \leq -1/10$

1.1.2: Il dominio della funzione $f(x) = -\arcsin(12x-2)$ è definito da

R 1.1.2.1: $1/12 \leq x \leq 1/4$
W 1.1.2.2: $1/12 < x < 1/4$
W 1.1.2.3: $1/12 < x \leq 1/4$
W 1.1.2.4: $1/5 \leq x < 3/5$
W 1.1.2.5: $2 \leq x \leq 3$

1.1.3: Il dominio della funzione $f(x) = \ln\left(\frac{3x+3}{5x-1}\right)$ è definito da

R 1.1.3.1: $(-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{5}, \infty\right)$
W 1.1.3.2: $(0, +\infty)$
W 1.1.3.3: $\left(\frac{1}{5}, 1\right)$
W 1.1.3.4: $\left(-\infty, \frac{-3}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$
W 1.1.3.5: $\left(-\infty, \frac{-1}{5}\right) \cup (1, \infty)$
W 1.1.3.6: $(-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{5}, \infty\right)$
W 1.1.3.7: $\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right)$

1.1.4: Quante soluzioni ha l'equazione $-3e^{-(x+1)^2} + 4 = 1$?

R 1.1.4.1: una
W 1.1.4.2: quattro
W 1.1.4.3: nessuna
W 1.1.4.4: nessuna delle altre risposte è corretta

1.1.5: Il dominio della funzione $f(x) = \ln\left(\frac{2x+\sqrt{1-x^2}}{\sin(\pi x)}\right)$ è

R 1.1.5.1: $\left(-1, -\frac{1}{5}\sqrt{5}\right) \cup (0, 1)$
W 1.1.5.2: $\left(0, \frac{1}{5}\sqrt{5}\right)$
W 1.1.5.3: $\left[-1, -\frac{1}{5}\sqrt{5}\right] \cup (0, 1)$
W 1.1.5.4: $(-1, 0) \cup \left(\frac{1}{5}\sqrt{5}, 1\right)$

W 3.1.2.4: $y + 4x + \frac{2}{3} = 0$

W 3.1.2.5: $y - 1 = \frac{x}{3} - 5$

W 3.1.2.6: $y = -3x - \frac{7}{8}$

3.1.3: Data $f(x) = \ln(x^2 - 1)$, determinare tutti e soli i valori x_0 tali che la retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$ abbia coefficiente angolare -5.

R 3.1.3.1: $x_0 = -1/5 - 1/5\sqrt{26}$

W 3.1.3.2: $x_0 = -1/5 + 1/5\sqrt{26}$

W 3.1.3.3: $x_0 = -1/5 - 1/5\sqrt{26}$ e $x_0 = -1/5 + 1/5\sqrt{26}$

W 3.1.3.4: $x_0 = -1/5 - 1/5\sqrt{51}$

4 Studio-grafici

4.1 studiografici (Q/R:)

4.1.1: La funzione $f(x) = (x - 1)^2 - 2 \ln(x - 1)$

R 4.1.1.1: Ha minimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ uguale a 1

R 4.1.1.2: Ha massimo in $[3, 7]$ uguale a $36 - 2 \ln(6)$

R 4.1.1.3: Raggiunge il massimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ in uno degli estremi dell'intervallo

R 4.1.1.4: Raggiunge il minimo in $[3, 7]$ per $x = 4 - 2 \ln(2)$

R 4.1.1.5: Raggiunge il massimo in $[3, 7]$ per $x = 36 - 2 \ln(6)$

W 4.1.1.6: Ha minimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ uguale a $4 - 2 \ln(2)$

W 4.1.1.7: Ha minimo in $[3, 7]$ uguale a 1

W 4.1.1.8: Ha minimo in $\left[\frac{5}{4}, \frac{7}{4}\right]$ uguale a $36 - 2 \ln(6)$

W 4.1.1.9: Ha massimo in $[3, 7]$ uguale a $\frac{1}{16} + 2 \ln(4)$

W 4.1.1.10: Raggiunge il massimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ nell'unico punto critico

W 4.1.1.11: Raggiunge il minimo in $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ in uno degli estremi dell'intervallo

W 4.1.1.12: Raggiunge il minimo in $[3, 7]$ per $x = 36 - 2 \ln(6)$

W 4.1.1.13: Raggiunge il massimo in $[3, 7]$ per $x = 4 - 2 \ln(2)$

4.1.2: Determinare per quali valori di k , l'equazione $(x - 2)^3 e^{x+2} = k$ ammette almeno 2 soluzioni reali distinte

R 4.1.2.1: $k \in (-27e, 0)$

W 4.1.2.2: $k \in [-27e, 0)$

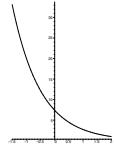
W 4.1.2.3: $k \in [-1, 2]$

W 4.1.2.4: $|k| < 27e$

5 Riconoscimento grafici

5.1 grafici (Q/R:)

5.1.1: Quale funzione è meglio rappresentata



dal seguente grafico? Non si tenga conto dei numeri riportati sugli assi.

R 5.1.1.1: e^{2-4x}

W 5.1.1.2: $-\ln(2 + 4x)$

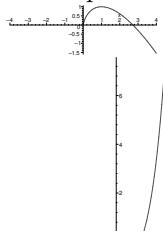
W 5.1.1.3: e^{-2+4x}

W 5.1.1.4: e^{2+4x}

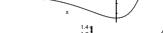
W 5.1.1.5: $-e^{2-4x}$

5.1.2: Quale delle seguenti figure è un grafico qualitativo di $f(x) = x(1 - \ln(x))$. Non si tenga conto dei numeri riportati sugli assi.

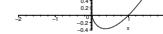
R 5.1.2.1:



W 5.1.2.2:



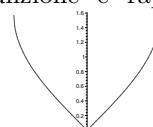
W 5.1.2.3:



W 5.1.2.4:



5.1.3: Quale funzione è rappresentata dal



segueente grafico? Non si tenga conto dei numeri riportati sugli assi.

R 5.1.3.1: $|\arcsin(x)|$

W 5.1.3.2: $|\arctan(x)|$

W 5.1.3.3: $\arccos(x)$

W 5.1.3.4: $\arcsin(x)$

W 5.1.3.5: $\arctan(x)$

W 5.1.3.6: $\text{sign}(x) \arccos(x)$

6 Massimi e minimi

6.1 minimax (Q/R:)

6.1.1: La funzione $f(x) = -3e^{-(x-3)^2}$, ristretta all'intervallo $[0, 2]$

R 6.1.1.1: Ha massimo uguale a $-3e^{-9}$

R 6.1.1.2: Ha minimo uguale a $-3e^{-1}$

R 6.1.1.3: Ha massimo e minimo

W 6.1.1.4: Non ha massimo

W 6.1.1.5: Ha massimo uguale a $-3e^{-1}$

W 6.1.1.6: Ha massimo uguale a -3

W 6.1.1.7: Ha massimo uguale a $4e^{-1}$

W 6.1.1.8: Ha minimo uguale a $-3e^{-9}$

W 6.1.1.9: Ha minimo uguale a -3

7 Integrali

7.1 integrali (Q/R:)

7.1.1: Calcolare $\int_{-5}^{10} -\arctan\left(\frac{x}{5}\right) dx$

R 7.1.1.1: $-10 \arctan(2) + \frac{5}{2} \ln(5) + \frac{5\pi}{4} - \frac{5}{2} \ln(2)$

W 7.1.1.2: 0

W 7.1.1.3: ∞

W 7.1.1.4: $10 \arctan(2) - \frac{5}{2} \ln(5) - \frac{5}{4}\pi + \frac{5}{2} \ln(2)$

W 7.1.1.5: $-8 \arctan(2) + 2 \ln(5) + \pi - 2 \ln(2)$

W 7.1.1.6: $-12 \arctan(2) + 3 \ln(5) + \frac{3}{2}\pi - 3 \ln(2)$

7.1.2: Calcolare $\int_{-15/2}^{-6} \frac{1}{2x+2} dx$

R 7.1.2.1: $\frac{1}{2} \ln(2) + \frac{1}{2} \ln(5) - \frac{1}{2} \ln(13)$

W 7.1.2.2: 0

W 7.1.2.3: ∞

W 7.1.2.4: $\frac{1}{3} \ln(2) + \frac{1}{3} \ln(5) - \frac{1}{3} \ln(13)$

W 7.1.2.5: $-\frac{1}{2} \ln(2) - \frac{1}{2} \ln(5) + \frac{1}{2} \ln(13)$

W 7.1.2.6: $\frac{1}{4} \ln(2) + \frac{1}{4} \ln(5) - \frac{1}{4} \ln(13)$

W 7.1.2.7: $-\frac{1}{3} \ln(2) - \frac{1}{3} \ln(5) + \frac{1}{3} \ln(13)$

8 Aree

8.1 aree (Q/R:)

8.1.1: Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = \frac{1-x}{x-7}$, l'asse x e le rette verticali $x = -2, x = 4$

R 8.1.1.1: $12 \ln(2) - 6 \ln(3)$

R 8.1.1.2: $6 \ln(4/3)$

W 8.1.1.3: 0

W 8.1.1.4: $-6 + 6 \ln(3)$

W 8.1.1.5: $16 \ln(2) - 8 \ln(3)$

W 8.1.1.6: $-12 \ln(2) + 6 \ln(3)$

W 8.1.1.7: $6 - 6 \ln(3)$

8.1.2: Calcolare l'area della parte di piano compresa tra l'asse x , il grafico della funzione $f(x) = \frac{x}{3x^2 + 1}$ e le rette verticali di equazioni $x = -3$ e $x = 1$

R 8.1.2.1: $2/3 \ln(2) + 1/6 \ln(7)$

W 8.1.2.2: $1/6 \ln(7)$

W 8.1.2.3: $1/4 \ln(5) + 1/4 \ln(13) + 1/4 \ln(17)$

W 8.1.2.4: $2 \ln(3)$

9 Limiti

9.1 limiti (Q/R:)

9.1.1: Calcolare, se esiste, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{-3x} - 1)^3}{\sin(3x) - 3x}$

R 9.1.1.1: 6

R 9.1.1.2: nessuna delle altre risposte è corretta

W 9.1.1.3: non esiste il limite

W 9.1.1.4: ∞

W 9.1.1.5: 0

W 9.1.1.6: $\frac{81}{4}$

9.1.2: Calcolare, se esiste, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(3x) - 1)^2}{(\sin(3x))^4}$

R 9.1.2.1: $\frac{1}{4}$

R 9.1.2.2: nessuna delle altre risposte è corretta

W 9.1.2.3: ∞

W 9.1.2.4: 0

W 9.1.2.5: $\frac{81}{64}$

W 9.1.2.6: non esiste il limite

9.1.3: Calcolare, se esiste, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(1 - 3x))^2}{\cos(3x) - 1}$

R 9.1.3.1: $-\frac{2}{3}$

W 9.1.3.2: $-\frac{8}{9}$

W 9.1.3.3: 0

W 9.1.3.4: $\frac{25}{2}$

W 9.1.3.5: non esiste il limite

10 Parte principale

10.1 parteprin (Q/R:)

10.1.1: Calcolare la parte principale della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \sin(2x)}}{(1 + \ln(1 + x))^2} - 1$ per x che tende a 0

R 10.1.1.1: $-3x$

R 10.1.1.2: nessuna delle altre risposte è corretta

W 10.1.1.3: $\frac{-7}{2}x$

W 10.1.1.4: $\frac{-4}{2}x$

W 10.1.1.5: $\frac{11}{2}x^2$

W 10.1.1.6: 0

W 10.1.1.7: ∞

10.1.2: Calcolare la parte principale della funzione $f(x) = \frac{\ln(2 + 2x)}{1 + \sin(2x)} - \ln(2)$ per x che tende a 0.

R 10.1.2.1: $(1 - 2 \ln(2))x$

W 10.1.2.2: $(1 - 3 \ln(2))x$

W 10.1.2.3: $\left(\frac{3}{2} - 2 \ln(2)\right)x$

W 10.1.2.4: $\left(-\frac{5}{2} + 4 \ln(2)\right)x^2$

W 10.1.2.5: $\left(-\frac{3}{2} + \ln(2)\right)x^2$

10.1.3: Calcolare la parte principale della funzione $f(x) = \frac{\ln(2 + 2x^2)}{\cos(2x)} - \ln(2)$ per x che tende a 0.

R 10.1.3.1: $(1 + 2 \ln(2))x^2$

W 10.1.3.2: $(1 + 9/2 \ln(2))x^2$

W 10.1.3.3: $\left(\frac{3}{2} + 2 \ln(2)\right)x^2$

W 10.1.3.4: $(1 + 2 \ln(2))x$

W 10.1.3.5: $(1 + 9/2 \ln(2))x$

10.1.4: Calcolare la parte principale della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{2x - \sin(2x)}}{e^{2x}}$, per $x \rightarrow 0^+$

R 10.1.4.1: $\frac{2}{3}\sqrt{3}x^{3/2}$

W 10.1.4.2: $\frac{3}{2}\sqrt{2}x^{3/2}$

W 10.1.4.3: $\frac{2}{3}\sqrt{3}x^3$

W 10.1.4.4: $\frac{3}{2}\sqrt{2}x^3$

W 10.1.4.5: $\frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{x}$

W 10.1.4.6: $\frac{3}{2}\sqrt{2}\sqrt{x}$

10.1.5: Calcolare la parte principale della funzione $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 - \sin(2x)}} - 1$, per $x \rightarrow 0$

R 10.1.5.1: $3x$

W 10.1.5.2: $\frac{7}{2}x$

W 10.1.5.3: $4x$

W 10.1.5.4: 0

10.1.6: Calcolare la parte principale della funzione $f(x) = \frac{(1 - \ln(1 + 2x))^2}{\sqrt{1 + \cos(x)}} - \frac{\sqrt{2}}{2}$, per $x \rightarrow 0$

R 10.1.6.1: $(-2\sqrt{2})x$

W 10.1.6.2: $(-3\sqrt{2})x$

W 10.1.6.3: $(-3\sqrt{2})x$

W 10.1.6.4: $(\frac{65}{16}\sqrt{2}x^2)$

W 10.1.6.5: 0

11 Teoriche

11.1 teoriche (Q/R:)

11.1.1: Data la funzione f definita da:

$$f(x) = \begin{cases} x \ln(2x + 2) & x > 0 \\ \frac{1}{x} - 1 & x = 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} & x < 0 \end{cases}$$

Il limite di $f(x)$ per x che tende a zero è:

W 11.1.1.1: 1

R 11.1.1.2: 0

W 11.1.1.3: non esiste il limite

W 11.1.1.4: ∞

W 11.1.1.5: non esiste il limite ma esistono i limiti destro e sinistro

11.1.2: Data una funzione $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, condizione sufficiente affinché sia invertibile è che sia

W 11.1.2.1: continua in tutto il suo dominio

W 11.1.2.2: derivabile in tutto il suo dominio con derivata prima positiva

R 11.1.2.3: strettamente crescente

W 11.1.2.4: strettamente crescente in $(-\infty, 0)$ e $(0, +\infty)$

11.1.3: $\int x^2 e^x dx$ e' uguale a

R 11.1.3.1: $e^x x^3 / 3 - 1/3 \int x^3 e^x dx$

W 11.1.3.2: $e^x x^2 - 2 \int x^2 e^x dx$

W 11.1.3.3: $e^x x^2 + 2 \int x e^x dx$

W 11.1.3.4: nessuna delle altre risposte e' giusta

11.1.4: Sulla semiretta $(-\infty, 0)$, $\int \frac{e^x}{x} dx$ e'
uguale a

R 11.1.4.1: $e^x \ln(-x) - \int \ln(-x) e^x dx$

W 11.1.4.2: $e^x \ln(x) - \int \ln(x) e^x dx$

W 11.1.4.3: $e^x/x - \int e^x dx$

W 11.1.4.4: $2e^x/x^2 - \int x^2/(2e^x) dx$

R 11.1.4.5: nessuna delle altre risposte e' giusta

11.1.5: Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R})$, sapendo che il suo polinomio di Taylor centrato in 0 di grado 4 e'
 $P_n(x) = x^2 - 3x^3/2$, posso affermare che

W 11.1.5.1: P_n non puo' essere il polinomio di Taylor centrato in 0 di grado 4 di f

W 11.1.5.2: $f''(0) = 1$

R 11.1.5.3: $f''(0) = 2$

R 11.1.5.4: $f'(0) = 0$

R 11.1.5.5: la tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$ e' $y = 0$

W 11.1.5.6: la tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$ e' $y = x$

W 11.1.5.7: la tangente al grafico di f nel punto di coordinate $(0, f(0))$ e' $y = 1 - 3x$

R 11.1.5.8: $f^{(3)}(0) = -18$

W 11.1.5.9: $f^{(3)}(0) = -2$

R 11.1.5.10: $f^{(4)}(0) = 0$

W 11.1.5.11: la funzione e' crescente in un intorno di 0

R 11.1.5.12: la funzione ha un minimo locale in $x = 0$

R 11.1.5.13: la funzione ha un minimo locale che vale 0

W 11.1.5.14: le informazioni non sono sufficienti per calcolare $f^{(4)}(0)$

11.1.6: Su quale dei seguenti intervalli la funzione definita da $f(x) = x(1 - \ln(x))$ e' invertibile?

R 11.1.6.1: $[0, 1]$, se la si considera estesa per continuita' a 0

W 11.1.6.2: $(0, e)$

W 11.1.6.3: $(0, \infty)$

W 11.1.6.4: su nessun intervallo

R 11.1.6.5: $[2, 73]$

R 11.1.6.6: $(9.5, 841)$

W 11.1.6.7: nessuna delle altre risposte e' giusta

W 11.1.6.8: sul suo dominio