Analisi I - ICI - 2003-2004

November 11, 2003

Contents

1 Applicazioni

1.1 applicazioni (Q/R: 1)

1.1.1: Un punto materiale di massa $1kg$ si muove su una retta per effetto di una forza dipendente dal tempo $F(t) = \sin(t)kg\,m/s^2$. Determinare il suo spostamento in metri $x(t)$ dalla posizione al tempo $t = 0$, sapendo che allora la sua velocita era nulla, cioe' $\dot{x}(0) = 0$. Si ricorda che $\dot{x}$ e' la derivata rispetto al tempo.
R 1.1.1.1: $x(t) = t - \sin(t)$
W 1.1.1.2: $x(t) = t + \sin(t)$
W 1.1.1.3: $x(t) = at - \sin(t) + b \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$
W 1.1.1.4: non si puo' determinare lo spostamento con i dati del problema
W 1.1.1.5: $x(t) = t - \cos(t)$
W 1.1.1.6: $x(t) = -\sin(t)$

1.2 applicazioni1 (Q/R: 1)

1.2.1: Un grave viene lanciato da una altezza di 20 metri con una velocita' iniziale di 20 metri al secondo in una direzione che forma un angolo di 60 gradicon la verticale ascendente. Si suppone che il moto avvenga solo per effetto della gravita' e che l'accelerazione di gravita' sia di 9.8 m/s^2
R 1.2.1.1: il grave tocca terra dopo $(50 + 10\sqrt{123})/49$ secondi
R 1.2.1.2: raggiunge la massima altezza dal suolo dopo 50/49 secondi
R 1.2.1.3: la massima altezza dal suolo che raggiunge è 1230/49 metri
W 1.2.1.4: il grave tocca terra dopo $(50 + 20\sqrt{43})/49$ secondi
W 1.2.1.5: la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 1730 metri
W 1.2.1.6: il grave tocca terra dopo $(25\sqrt{3} - 5\sqrt{251})/49$ secondi
W 1.2.1.7: il grave tocca terra dopo $(100\sqrt{2})/49$ secondi
W 1.2.1.8: il grave tocca terra dopo $(10\sqrt{5})/7$ secondi
W 1.2.1.9: la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 50 metri
W 1.2.1.10: la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 500/49 metri

2 Aree

2.1 aree (Q/R: 2)

2.1.1: Determinare l'area della parte limitata di piano individuata dal grafico $y = -(x+5)^3$ e dalla retta di equazione $y = -x - 5$
R 2.1.1.1: 1/2
R 2.1.1.2: nessuna delle altre risposte e' giusta
W 2.1.1.3: 0
W 2.1.1.4: 1/4
W 2.1.1.5: 3/2
W 2.1.1.6: $-1/2$

2.1.2: Determinare l'area della parte di piano compresa fra i grafici delle funzioni

$$y = \sqrt{x+2} - 8, \quad y = 6x + 4$$

e le rette verticali

$$x = -\frac{143}{72}, \quad x = -\frac{35}{18}$$

R 2.1.2.1: $-\frac{1}{144}\sqrt{2} + \frac{59}{5184}$
W 2.1.2.2: $\frac{7}{1296}\sqrt{2} - \frac{5}{576}$
W 2.1.2.3: $-\frac{7}{1296}\sqrt{2} + \frac{5}{576}$
W 2.1.2.4: $\frac{1}{144}\sqrt{2} - \frac{59}{5184}$
W 2.1.2.5: 0
W 2.1.2.6: nessuna delle altre risposte e' giusta

---

3 Funzioni integrali

3.1 fniint (Q/R: 1/)

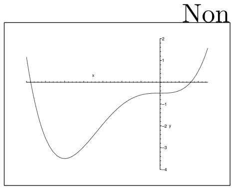
3.1.1: Sia f la funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2 + 3\,x}{x - 4}$ e sia $F(x) = \displaystyle\int_5^x f(t)\,dt$. Allora F
R 3.1.1.1: è definita in $(4, +\infty)$
R 3.1.1.2: è positiva per $x > 5$ nel suo dominio
R 3.1.1.3: è negativa per $x < 5$ nel suo dominio
R 3.1.1.4: è strettamente crescente nel suo dominio
R 3.1.1.5: non ha minimo
R 3.1.1.6: non ha massimo
W 3.1.1.7: è definita in $(-\infty, 4)$
W 3.1.1.8: è definita in $\mathbb{R} \setminus \{4\}$
W 3.1.1.9: ha un minimo relativo
W 3.1.1.10: ha un massimo relativo
W 3.1.1.11: è positiva per $x < 5$ nel suo dominio
W 3.1.1.12: è negativa per $x > 5$ nel suo dominio
W 3.1.1.13: è strettamente decrescente nel suo dominio

---

4 Studio di grafici

4.1 grafici (Q/R: 1)

4.1.1: Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico? Non si tenga



conto dei numeri riportati sugli assi
R 4.1.1.1: $9\,x^4 + 12\,x^3 - 2$
R 4.1.1.2: $15\,x^6 + 18\,x^5 - 2$
R 4.1.1.3: $9\,x^4 + 12\,x^3 - 1$
R 4.1.1.4: $15\,x^6 + 18\,x^5 - 1$
W 4.1.1.5: $9\,x^4 - 12\,x^3 - 1$
W 4.1.1.6: $15\,x^6 - 18\,x^5 - 1$
W 4.1.1.7: $6\,x^4 - 9\,x^2 - 2$

4.2 grafici1 (Q/R: 1)

4.2.1: La funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2 + 3\,x}{x - 4}$
R 4.2.1.1: ha due punti critici in $x = 4 + 2\sqrt{7}$ e in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
R 4.2.1.2: ha un massimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
R 4.2.1.3: ha un minimo relativo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$
W 4.2.1.4: ha un minimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
W 4.2.1.5: ha un massimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{35}$
W 4.2.1.6: ha un massimo relativo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$
W 4.2.1.7: nessuna delle altre risposte è giusta
W 4.2.1.8: ha un asintoto orizzontale e uno verticale

---

5 Massimi e minimi

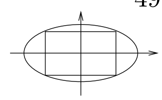
5.1 minimax (Q/R: 1)

5.1.1: Se $f(x) = 1/3x^3 + x^2$, allora
R 5.1.1.1: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da $4/3$
R 5.1.1.2: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in $x = -2$
R 5.1.1.3: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da 0
R 5.1.1.4: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in un estremo
R 5.1.1.5: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 18
R 5.1.1.6: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 0
R 5.1.1.7: il valore massimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da $4/3$
R 5.1.1.8: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in un estremo
R 5.1.1.9: il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da 0
R 5.1.1.10: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in $x = 0$
R 5.1.1.11: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da 18

R 5.1.1.12: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 3$
R 5.1.1.13: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da $4/3$
R 5.1.1.14: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 1$
W 5.1.1.15: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da 0
W 5.1.1.16: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in un estremo
W 5.1.1.17: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da $4/3$
W 5.1.1.18: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in $x = -2$
W 5.1.1.19: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
W 5.1.1.20: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
W 5.1.1.21: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ sono raggiunti in $x = -2$ e $x = 0$, rispettivamente
W 5.1.1.22: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ sono raggiunti in punti critici
W 5.1.1.23: il valore massimo di f è dato da 0
W 5.1.1.24: il valore massimo di f è raggiunto in $x = 4/3$
W 5.1.1.25: il valore minimo di f è raggiunto in $x = -2$
W 5.1.1.26: il valore minimo di f è dato da 0
W 5.1.1.27: l'immagine di f è un intervallo limitato
W 5.1.1.28: l'immagine di f è una semiretta
W 5.1.1.29: f non ha minimo sull'intervallo $[1, 3]$
W 5.1.1.30: f non ha massimo sull'intervallo $[1, 3]$
W 5.1.1.31: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 0
W 5.1.1.32: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 18
W 5.1.1.33: il valore massimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da 0
W 5.1.1.34: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in $x = 0$
W 5.1.1.35: il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da $4/3$
W 5.1.1.36: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in un estremo
W 5.1.1.37: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da $4/3$
W 5.1.1.38: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 1$
W 5.1.1.39: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da 18
W 5.1.1.40: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 3$
W 5.1.1.41: nessuna delle altre risposte è giusta

5.2 minimax1 (Q/R: 2)

5.2.1: Determinare l'area massima che può avere un rettangolo inscritto nell'ellisse di equazione $\dfrac{x^2}{49} + \dfrac{y^2}{36} = 1$.



R 5.2.1.1: 84
W 5.2.1.2: 72
W 5.2.1.3: 96
W 5.2.1.4: 98
W 5.2.1.5: 70
W 5.2.1.6: 60

5.2.2: Determinare l'area massima che può avere un triangolo rettangolo di ipotenusa 5
R 5.2.2.1: $\dfrac{25}{4}$
W 5.2.2.2: 81
W 5.2.2.3: $\dfrac{361}{4}$
W 5.2.2.4: 100
W 5.2.2.5: $\dfrac{25}{2}$
W 5.2.2.6: 5
W 5.2.2.7: $\dfrac{15}{2}$

---

6 Teoriche

6.1 teoriche (Q/R: 4)

6.1.1: Quale delle seguenti ipotesi è sufficiente affichè un polinomio abbia una e una sola radice reale?
R 6.1.1.1: La sua derivata non abbia radici reali
R 6.1.1.2: Sia crescente
R 6.1.1.3: Sia decrescente
W 6.1.1.4: La sua derivata sia crescente
W 6.1.1.5: La sua derivata sia decrescente
W 6.1.1.6: Sia di grado dispari
W 6.1.1.7: Abbia termine noto uguale a zero
W 6.1.1.8: Sia di grado pari e la sua derivata si annulli in un solo punto
W 6.1.1.9: Nessuna delle altre risposte è giusta

6.1.2: Sia $f(x) = \begin{cases} kx + h\,(\sin(x) + 1) & x \geq 0 \\ h(2 - x) + k\cos(x) + 1 & x < 0 \end{cases}$

R 6.1.2.1: ha un punto angoloso se $h + k = -1$ e $k \neq -2h$
R 6.1.2.2: ha un punto angoloso se $h = 2$ e $k = -3$
W 6.1.2.3: è $C^1(\mathbb{R})$ se $2h + k = 0$
W 6.1.2.4: ha una cuspide se k e $h = 0$
W 6.1.2.5: ha una tangente verticale per ogni k se $h = 0$
W 6.1.2.6: nessuna delle altre risposte è giusta

6.1.3: Una funzione f è definita su una semiretta aperta e ha minimo in un punto x_0. Allora
W 6.1.3.1: la semiretta è chiusa
R 6.1.3.2: nessuna delle altre risposte è corretta
R 6.1.3.3: se f e' derivabile in x_0 allora $f'(x_0) = 0$
W 6.1.3.4: f non è continua
W 6.1.3.5: non esiste una tale funzione
W 6.1.3.6: la derivata di f si annulla in almeno un punto

6.1.4: Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x \in \mathbb{R}$. La derivata di f in x è
R 6.1.4.1: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $b \to 0$, se esiste finito
W 6.1.4.2: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $b \to 0$, se esiste
W 6.1.4.3: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $x \to 0$, se esiste finito
W 6.1.4.4: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $x \to x_0$, se esiste finito
W 6.1.4.5: $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$
W 6.1.4.6: nessuna delle altre risposte è corretta

6.2 teoriche1 (Q/R: 2)

6.2.1: L'area della parte di piano compresa fra il grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3}{\cos(4x)}$, l'asse delle x e le rette $x = -\pi/16,\ y = \pi/16$
R 6.2.1.1: è data da $2\int_0^{\pi/16} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$
R 6.2.1.2: è data da $-2\int_{\pi/16}^{0} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$
W 6.2.1.3: nessuna delle altre risposte è giusta
W 6.2.1.4: è 0
W 6.2.1.5: è data da $\int_{-\pi/16}^{\pi/16} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$
W 6.2.1.6: è data da $\int_{-\pi/16}^{0} \frac{t^3}{\cos(4t)dt} + \int_0^{\pi/16} \frac{t^3}{\cos(4t)dt}$

6.2.2: Sia $f : (-3/2, 43) \to \mathbb{R}$ una funzione continua e G una sua antiderivata (primitiva) su $(-3/2, 43)$ allora se definisco $g : (-3/2, 43) \to \mathbb{R}$ con $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ posso affermare che
R 6.2.2.1: $g(x) = G(x) - G(0)$
R 6.2.2.2: Se $f(0) = 0$, il grafico di g ha una tangente orizzontale nel punto $(0, 0)$
R 6.2.2.3: $g(0) = 0$
W 6.2.2.4: $G(0) = 0$
W 6.2.2.5: $G'(x) = g(x),\ \forall x \in (-3/2, 43)$
W 6.2.2.6: $g'(x) = f(x),\ \forall x \in [-3/2, 43]$
W 6.2.2.7: $g(0) = 0$, quindi il grafico di G ha una tangente orizzontale nel punto di ascissa 0
W 6.2.2.8: Se $f(0) = 0$, allora g ha un punto di massimo o di minimo relativo (locale)

---

7 Zeri di funzioni

7.1 zeri (Q/R: 4/)

7.1.1: Per quali valori del parametro reale k il polinomio $-x^4 + 4x^2 = k$ ammette almeno 3 radici reali distinte?
R 7.1.1.1: $0 \leq k < 4$
W 7.1.1.2: $-4 < k \leq 0$
W 7.1.1.3: $k > 4$
W 7.1.1.4: $k < 4$
W 7.1.1.5: $k > 8$
W 7.1.1.6: $k < 8$
W 7.1.1.7: $k > 12$
W 7.1.1.8: $k < 12$
W 7.1.1.9: $-8 \leq k < 0$
W 7.1.1.10: $0 \leq k < 8$
W 7.1.1.11: $|k| < 8$
W 7.1.1.12: $|k| > 8$
W 7.1.1.13: $-12 \leq k < 0$
W 7.1.1.14: $0 \leq k < 12$
W 7.1.1.15: $|k| < 12$
W 7.1.1.16: $|k| > 12$

7.1.2: Determinare il numero delle soluzioni reali e distinte dell'equazione $x^3 + 3/2x^2 - 6x = -9/2$
R 7.1.2.1: una sola soluzione
R 7.1.2.2: nessuna delle altre risposte è giusta
W 7.1.2.3: tre soluzioni distinte
W 7.1.2.4: due soluzioni distinte
W 7.1.2.5: nessuna soluzione

7.1.3: Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$x^3 + 3/2x^2 - 6x = k$$

ammette una sola soluzione?
R 7.1.3.1: Per $k < -7/2$ e $k > 10$
R 7.1.3.2: $k \in (-\infty, -7/2) \cup (10, \infty)$
W 7.1.3.3: Nessuna delle altre risposte è corretta

W 7.1.3.4: Per $k \leq -7/2$ e $k \geq 10$
W 7.1.3.5: $k \in (-\infty, -7/2] \cup [10, \infty)$
W 7.1.3.6: $\mathbb{R} - \{13/2\}$
W 7.1.3.7: Per $k < -7/2$
W 7.1.3.8: $k \in (10, \infty)$
W 7.1.3.9: $k \in (-7/2, 10)$

7.1.4: Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$x^3 + 3/2x^2 - 6x = k$$

ammette tre soluzioni distinte?
R 7.1.4.1: $k \in (-7/2, 10)$
R 7.1.4.2: Nessuna delle altre risposte è corretta
W 7.1.4.3: Per $k < -7/2$ e $k > 10$
W 7.1.4.4: Per $k \leq -7/2$ e $k \geq 10$
W 7.1.4.5: $k \in [-7/2, 10]$
W 7.1.4.6: $\mathbb{R} - \{13/2\}$
W 7.1.4.7: Per $k < -7/2$
W 7.1.4.8: $k \in (10, \infty)$
W 7.1.4.9: per nessun valore di k