Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2003-2004

Usando le approssimazioni di Taylor calcolare, se esite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(e^{-3x}-1\right)^3}{\ln\left(1+x^3\right)-x^3}$$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2003-2004

Usando le approssimazioni di Taylor calcolare, se esite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(e^{-2x}-1\right)^3}{\ln\left(1+x^3\right)-x^3}$$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2002-2003

Dato $z = 1 + 2i$, determinare e disegnare $i/\overline{z}$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2002-2003

Determinare e disegnare le soluzioni di $z^2 = 2 + 2i$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2003-2004

Calcolare l'area della parte limitata di piano compresa tra i grafici delle funzioni $f(x) = x\mathrm{e}^{x-1}$ e $g(x) = \mathrm{e}^{-4}x$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2002-2003

Calcolare l'area della parte limitata di piano compresa tra i grafici delle funzioni $f(x) = x\mathrm{e}^{x-2}$ e $g(x) = \mathrm{e}^{-4}x$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2003-2004

Rispondere ai quesiti indicati giustificando le risposte.

Sia la funzione f definita da $f(x) = \sqrt{2x + \sqrt{1 - x^2}}$

1. Determinare il dominio.
2. Determinare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali.
3. La funzione è pari, dispari, periodica?
4. Determinare i punti in cui la funzione 'e continua.
5. Spiegare perché posso affermare che f ammette massimo e minimo.
6. Determinare i punti in cui f è derivabile e gli eventuali punti singolari.
7. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa $x = 1/3$.
8. Determinare il massimo, il minimo e i punti di massimo e di minimo della funzione.
9. Determinare il massimo, il minimo della funzione sull'intervallo $[1/3, 1/2]$.
10. Disegnare il grafico di f
11. Applicare la sostituzione $x = \sin(t)$ all'integrale indefinito
$$\int \sqrt{2x + \sqrt{1 - x^2}}\, dx$$
12. Determinare la parte principale per $x \to 0$ di $f(x) - f(0)$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2003-2004

Rispondere ai quesiti indicati giustificando le risposte.

Sia la funzione f definita da $f(x) = \sqrt{4 - \sqrt{1 - x^2}}$

1. Determinare il dominio.
2. Determinare gli eventuali asintoti orizzontali e verticali.
3. La funzione è pari, dispari, periodica?
4. Determinare i punti in cui la funzione 'e continua.
5. Spiegare perché posso affermare che f ammette massimo e minimo.
6. Determinare i punti in cui f è derivabile e gli eventuali punti singolari.
7. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico nei punti di ascissa $x = 1/3$.
8. Determinare gli eventuali punti critici e gli intervalli di crescenza e decrescenza.
9. Determinare il massimo, il minimo e i punti di massimo e di minimo della funzione.
10. Determinare il massimo, il minimo e i punti di massimo e di minimo della funzione sull'intervallo $[-1/2, 0]$.
11. Disegnare il grafico di f
12. Applicare la sostituzione $x = \sin(t)$ all'integrale indefinito
$$\int \sqrt{4 - \sqrt{1 - x^2}}\, dx$$
13. Determinare la parte principale per $x \to 0$ di $f(x) - f(0)$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2003-2004

Rispondere ai seguenti quesiti giustificando le risposte.

1. Disegnare il grafico della funzione $f : x \mapsto e^{-x^2}$
2. Definire il significato dell'integrale improprio

$$\int_0^\infty f(x)\,dx$$

   e interpretarlo in termini di area
3. Dimostrare, facendo uso dell'interpretazione in termine di area dell'integrale improprio, che il precedente integrale converge. Si suggerisce di calcolare le soluzioni della disequazione $f(x) \leq e^{-x}$ e di disegnare i grafici $y = f(x)$ e $y = e^{-x}$

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2002-2003

Rispondere ai seguenti quesiti giustificando le risposte.

1. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo.
2. Sia f la funzione definita da $f(x) = \int_1^x \arccos(\ln((t))\,dt$.
   Senza tentare di calcolare l'integrale decidere quale delle seguenti affermazioni è vera e spiegarne la ragione.
   a. f è definita in $[1/e, e]$
   b. f è decrescente nel suo dominio
   c. f è negativa per $x < 1$ nel suo dominio
   d. f ha massimo e minimo

   Disegnare il grafico di f

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2002-2003

Rispondere ai seguenti quesiti giustificando le risposte.

1. Scrivere il polinomio di Taylor, $P_3(x)$, di ordine 3, centrato in 0 della funzione $f(x) = \sqrt{1+x}$ e il resto in forma di Lagrange. Sapendo che

$$D^4 f(x) = -\frac{15}{16\sqrt{(1+x)^7}}$$

   stimare l'errore $|f(x) - P_3(x)|$ sull'intervallo $[-1/2, 1/2]$

2. Definire la funzione arcsin e decidere quale delle seguenti affermazioni è vera, spiegandone la ragione.

   a. $\sin(\arcsin(x)) = x, \forall x \in [-1, 1]$

   b. $\arcsin(\sin(x))) = x, \forall x \in \mathbb{R}$

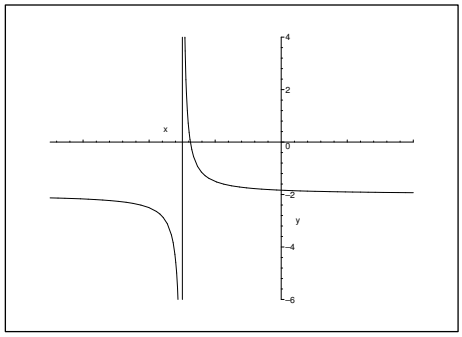
   c. $\arcsin(\sin(x)) = \pi - x, \forall x \in (\pi/2, 3\pi/2]$

   d. $\sin(\arcsin(x))$ puó esistere ed essere diverso da x

Prova scritta di Analisi Matematica I - C.d.L. Civile
Anno accademico 2002-2003

Rispondere ai seguenti quesiti giustificando le risposte.

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione il cui grafico e' rappresentato dalla seguente figura, dove gli asintoti hanno equazioni $x = -3$ e $y = -2$ e le intersezioni con gli assi sono nei punti $(-2.8, 0)$ e $(0, -1.8)$



   Considerare la funzione integrale

$$F : x \mapsto \int_0^x f(t)dt$$

   a. Determinare il dominio di F, indicare eventuali punti di discontinuita', punti angolosi, punti a tangente verticale o cuspidi.
   b. Determinare in quali intervalli F e' crescente, decrescente, concava o convessa.
   c. Spiegare perche' F non puo' avere un asintoti orizzontali
   d. Mettere in relazione l'esistenza di un asintoto verticale con l'opportuno integrale improprio
   e. Disegnarne i possibili grafici di F

2. Determinare l'approssimazione di Taylor di grado 3 centrata in 0 col resto in forma di Peano di $\sin(x)$ e spiegarne il significato