

Analisi I - ICI - 2002-2003

Gianna Stefani, Laura Poggiolini

16 ottobre 2002

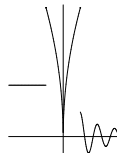
0203ese-ott-norisposte.tex

Indice

1	Riconoscimento di grafici	1
2	Proprietà delle funzioni	1
3	Domini e Prerequisiti	2
4	Limiti	3

1 Riconoscimento di grafici

1.1: Quale funzione è meglio rappresentata dal seguente grafico? Non si tenga conto della scala.



1.1.1: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < -2\pi \\ \sqrt[4]{|x|} & \text{se } |x| \leq 2\pi \\ \frac{\cos(x)}{x} & \text{se } 2\pi < x \end{cases}$

1.1.2: nessuna delle altre risposte è giusta

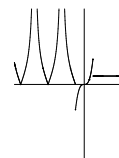
1.1.3: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < -\pi \\ \sqrt[4]{|x|} & \text{se } |x| \leq \pi \\ \frac{\cos(x)}{x} & \text{se } \pi < x \end{cases}$

1.1.4: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < -2\pi \\ \sqrt[4]{|x|} & \text{se } |x| \leq 2\pi \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{se } 2\pi < x \end{cases}$

1.1.5: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < -2\pi \\ \sqrt[4]{x} & \text{se } |x| \leq 2\pi \\ \frac{\cos(x)}{x} & \text{se } 2\pi < x \end{cases}$

1.1.6: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } 2\pi < x \\ |x|^4 & \text{se } |x| \leq 2\pi \\ \frac{\cos(x)}{x} & \text{se } x < -2\pi \end{cases}$

1.2: Quale funzione è meglio rappresentata dal seguente grafico? Non si tenga conto della scala.



1.2.1:

$$f(x) = \begin{cases} |\tan(x+2)| & \text{se } x \leq -2 \\ x^3 & \text{se } |x| < 2 \\ 2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

1.2.2: nessuna delle altre risposte è giusta

1.2.3:

$$f(x) = \begin{cases} |\tan(x+2)| & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 & \text{se } |x| < 2 \\ 2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

1.2.4:

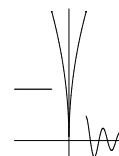
$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq -2 \\ |\tan(x+2)| & \text{se } |x| < 2 \\ 2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

1.2.5:

$$f(x) = \begin{cases} \tan(x+2) & \text{se } x \leq -2 \\ x^3 & \text{se } |x| < 2 \\ 2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

2 Proprietà delle funzioni

2.1: Se la funzione f è rappresentata dal seguente grafico, allora



2.1.1: ha due punti di discontinuità

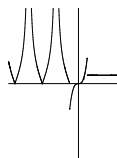
2.1.2: non ha minimo

2.1.3: la sua immagine è contenuta in una semiretta positiva chiusa

2.1.4: è continua su tutto \mathbb{R}

- 2.1.5:** ha minimo
2.1.6: ha limite per $x \rightarrow \infty$
2.1.7: non ha limite per $x \rightarrow -\infty$
2.1.8: non ha limite per $x \rightarrow \infty$
2.1.9: ha un solo punto di discontinuità.
2.1.10: ha limite per $x \rightarrow -\infty$

2.2: Se la funzione f è rappresentata dal seguente grafico, allora



- 2.2.1:** ha due punti di discontinuità
2.2.2: non è inferiormente limitata
2.2.3: nei punti in cui è discontinua vale 0
2.2.4: la sua immagine è contenuta in una semiretta positiva chiusa
2.2.5: ha limite per $x \rightarrow \infty$
2.2.6: ha limite per $x \rightarrow -\infty$
2.2.7: non ha limite per $x \rightarrow \infty$
2.2.8: è continua su tutto \mathbb{R}
2.2.9: ha un solo punto di discontinuità.
2.2.10: non ha limite per $x \rightarrow -\infty$

2.3: Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + k & x < -1 \\ x + 3 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x + k & x > 1 \end{cases}$$

- 2.3.1:** f è continua in $x = 1$ se $k = 1$
2.3.2: f è continua in $x = 1$ ma non in $x = -1$ se $k = 1$
2.3.3: f è continua su tutto \mathbb{R} per ogni $k \in \mathbb{R}$
2.3.4: f è continua in $x = 1$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
2.3.5: non esiste alcun valore reale di k per cui f è continua in $x = -1$
2.3.6: non esiste alcun valore reale di k per cui f è continua in tutto \mathbb{R}
2.3.7: f è continua su tutto \mathbb{R} se $k = 1$
2.3.8: f è continua in $x = -1$ se $k = 1$
2.3.9: non esiste alcun valore reale di k per cui f sia continua in $x = 1$ e discontinua in $x = -1$
2.3.10: f è continua in $x = 1$ se e solo se $k = 1$

2.4: La funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

- 2.4.1:** ha massimo
2.4.2: ha minimo uguale a 0
2.4.3: ha per immagine un intervallo chiuso
2.4.4: è limitata
2.4.5: ha minimo nell'intervallo $[-10^4, 73]$
2.4.6: ha per immagine una semiretta
2.4.7: non ha massimo

- 2.4.8:** ha per immagine un intervallo limitato
2.4.9: ha per immagine un intervallo aperto
2.4.10: ha massimo uguale ad $4/3$
2.4.11: non ha minimo

2.5: Sia $f(x) = x^2 - 4x + 5$

- 2.5.1:** $f(x)$ ammette minimo nell'intervallo $(-3, 3)$
2.5.2: $f(x)$ ammette massimo nell'intervallo $(-3, 3)$
2.5.3: $f(x)$ ammette massimo e minimo nell'intervallo $[-1, 0]$
2.5.4: $f(x)$ non ammette massimo nell'intervallo $(0, 4]$
2.5.5: $f(x)$ è limitata inferiormente
2.5.6: $f(x)$ è limitata superiormente
2.5.7: $f(x)$ è limitata
2.5.8: $f(x)$ ha minimo

3 Domini e Prerequisiti

3.1: Data la disequazione

$$\frac{2x^2 - 4x}{x + 7} \leq 0$$

- 3.1.1:** le sue soluzioni sono date dall'unione di una semiretta negativa aperta con un intervallo limitato e chiuso
3.1.2: le sue soluzioni contengono una semiretta negativa chiusa
3.1.3: le sue soluzioni non sono contenute in un intervallo limitato
3.1.4: le sue soluzioni sono date dall'unione di una semiretta positiva aperta con un intervallo limitato e chiuso
3.1.5: le sue soluzioni sono una semiretta negativa aperta
3.1.6: le sue soluzioni sono un intervallo limitato e chiuso
3.1.7: le sue soluzioni sono contenute in un intervallo limitato
3.1.8: non ha soluzioni
3.1.9: é soddisfatta da ogni numero reale
3.1.10: nessuna delle altre affermazioni é vera

3.2: Determinare le soluzioni della disequazione

$$|x - 1| < |x + 2|$$

- 3.2.1:** $-1/2 < x$
3.2.2: nessuna delle altre risposte è giusta
3.2.3: $x < -1/2$
3.2.4: $x \leq -3/2$
3.2.5: $-1/2 \leq x$

3.3: Determinare le soluzioni della disequazione

$$|x - 1| \leq |x + 1|$$

- 3.3.1:** $0 \leq x$
3.3.2: nessuna delle altre risposte è giusta
3.3.3: $x \leq 0$
3.3.4: $x < -1$
3.3.5: $0 < x$

3.4: Determinare le soluzioni della disequazione

$$\frac{2x^2 - 4x}{x + 7} > 0$$

- 3.4.1:** $(-7, 0) \cup (2, +\infty)$
3.4.2: nessuna delle altre risposte è giusta
3.4.3: $(2, +\infty)$
3.4.4: $(-\infty, -7) \cup (0, 2)$
3.4.5: $(-7, 0] \cup [2, +\infty)$
3.4.6: $[-7, 0) \cup (2, +\infty)$
3.4.7: $(-7, 0)$
3.4.8: $(-7, 2)$

3.5: Determinare le soluzioni della disequazione

$$\frac{2x^2 - 4x}{x + 7} \leq 0$$

- 3.5.1:** $(-\infty, -7) \cup [0, 2]$
3.5.2: nessuna delle altre risposte è giusta
3.5.3: $(-\infty, -7)$
3.5.4: $(-\infty, -7] \cup [0, 2]$
3.5.5: $(-7, 2]$
3.5.6: $(-7, 0] \cup [2, +\infty)$
3.5.7: $[0, 2]$
3.5.8: $(-\infty, -7) \cup (0, 2)$
3.5.9: nessuna soluzione
3.5.10: tutti i numeri reali

3.6: Il dominio della funzione $f(x) =$

$$\sqrt{\frac{2x + \sqrt{1 - x^2}}{\sin(\pi x)}} \text{ è}$$

- 3.6.1:** $(-1, 0) \cup \left[\frac{1}{5}\sqrt{5}, 1\right)$
3.6.2: $\left(-1, -\frac{1}{5}\sqrt{5}\right) \cup \left(\frac{1}{5}\sqrt{5}, 1\right)$
3.6.3: $\left(-1, -\frac{1}{5}\sqrt{5}\right] \cup (0, 1)$
3.6.4: $\left(-1, -\frac{1}{5}\sqrt{5}\right) \cup (0, 1)$
3.6.5: $\left(0, \frac{1}{5}\sqrt{5}\right)$
3.6.6: $(-1, 0) \cup \left(\frac{1}{5}\sqrt{5}, 1\right)$

3.7: Il dominio della funzione $f(x) =$

$$\sqrt{\frac{-6x + \sqrt{1 - x^2}}{\sin(\pi x)}} \text{ è}$$

- 3.7.1:** $\left(0, \frac{1}{10}\sqrt{2}\right)$
3.7.2: $\left(0, \frac{1}{10}\sqrt{2}\right]$

3.7.3: $\left(-1, -\frac{1}{10}\sqrt{2}\right] \cup (0, 1)$

3.7.4: $(-1, 0) \cup \left(\frac{1}{10}\sqrt{2}, 1\right)$

3.7.5: $\left(0, \frac{1}{37}\sqrt{37}\right]$

3.7.6: $(-1, 0) \cup \left[\frac{1}{10}\sqrt{2}, 1\right)$

3.7.7: $\left(-1, -\frac{1}{10}\sqrt{2}\right] \cup (0, 1)$

3.8: Sia $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 1}{x - 1} > 0 \text{ oppure } x \leq 1\right\}$ =

3.8.1: nessuna delle altre risposte è giusta

3.8.2: $A = (-1, 0) \cup (0, 2]$

3.8.3: $A = (0, 1]$

3.8.4: $A = (-\infty, 1]$

3.8.5: $A = [1, \infty)$

3.8.6: $A = \mathbb{R}$

4 Limiti

4.1: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$

4.1.1: esiste finito

4.1.2: è $+\infty$

4.1.3: non esiste ma esistono e sono finiti i limiti destro e sinistro

4.1.4: non esiste ma esistono i limiti destro e sinistro

4.1.5: è $\frac{-4}{3}$

4.1.6: è $-\infty$

4.1.7: è 0

4.2: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$

4.2.1: esiste finito

4.2.2: è -1

4.2.3: non esiste

4.2.4: è $\frac{-1}{3}$

4.2.5: è 1

4.2.6: è $-\infty$

4.2.7: è 0

4.3: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$

4.3.1: esiste finito

4.3.2: è -1

4.3.3: non esiste

4.3.4: è $\frac{-1}{3}$

4.3.5: non esiste ma esistono i limiti destro e sinistro

4.3.6: non esiste ma esistono e sono finiti i limiti destro e sinistro

4.3.7: è $-\infty$

4.3.8: è 0

4.4: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$

4.4.1: esiste finito

4.4.2: è $+\infty$

4.4.3: non esiste ma esistono e sono finiti i limiti destro e sinistro

4.4.4: non esiste ma esistono i limiti destro e sinistro

4.4.5: è $\frac{-4}{3}$

4.4.6: è $-\infty$

4.4.7: è 0

4.5: $\lim_{x \rightarrow 0} ax^2 + 3x + 5$

4.5.1: dipende da $a \in \mathbb{R}$

4.5.2: è 5 solo per qualche $a \in \mathbb{R}$

4.5.3: è 5 per ogni $a \in \mathbb{R}$

4.5.4: esiste ed è indipendente da $a \in \mathbb{R}$

4.5.5: è 0 per ogni $a \in \mathbb{R}$

4.5.6: non esiste per qualche $a \in \mathbb{R}$

4.6: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{|x + 1|}$

4.6.1: non esiste

4.6.2: esiste finito

4.6.3: è uguale a 4

4.6.4: non esiste ma esistono finiti il limite destro e il limite sinistro

4.6.5: esiste il limite destro ed è uguale a -4

4.6.6: esiste il limite sinistro ed è uguale a $+4$

4.6.7: esiste il limite destro ed è uguale a $+4$

4.6.8: esiste il limite sinistro ed è uguale a -4

4.6.9: non esiste e non esistono neppure i limiti destro e sinistro

4.6.10: non esiste il limite destro

4.6.11: esiste e vale $+\infty$