Analisi I - ICI - 2002-2003
Esercitazione di novembre

Gianna Stefani, Laura Poggiolini

6 novembre 2002

1 Massimi e minimi

1.1: Se $f(x) = 1/3x^3 + x^2$, allora
1.1.1: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da 18
1.1.2: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 0
1.1.3: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da $4/3$
1.1.4: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
1.1.5: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
1.1.6: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in $x = -2$
1.1.7: il valore massimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 18
1.1.8: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ sono raggiunti in $x = -2$ e $x = 4/3$, rispettivamente
1.1.9: nessuna delle altre risposte è giusta

1.2: Se $f(x) = 1/3x^3 + x^2$, allora
1.2.1: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in un punto estremo dell'intervallo
1.2.2: l'immagine di f è un intervallo limitato
1.2.3: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ è dato da 0
1.2.4: l'immagine di f è una semiretta
1.2.5: f non ha minimo sull'intervallo $[1, 3]$
1.2.6: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-3, -1]$ in un punto estremo dell'intervallo
1.2.7: il valore massimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da $4/3$
1.2.8: f non ha massimo sull'intervallo $[1, 3]$

1.3: Se $f(x) = 1/3x^3 + x^2$, allora
1.3.1: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in $x = 0$
1.3.2: il valore massimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da 0
1.3.3: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in $x = 0$
1.3.4: il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da $4/3$
1.3.5: il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, 3]$ è dato da 0
1.3.6: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in un punto estremo dell'intervallo
1.3.7: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da $4/3$
1.3.8: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 1$
1.3.9: il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da 0
1.3.10: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da 18
1.3.11: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 3$

1.4: Se $f(x) = 1/3x^3 + x^2$, allora
1.4.1: il valore massimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da 0
1.4.2: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in $x = 0$
1.4.3: il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ è dato da $4/3$
1.4.4: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[-1, 1]$ in un punto estremo dell'intervallo
1.4.5: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
1.4.6: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
1.4.7: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da 18
1.4.8: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ sono raggiunti in $x = -2$ e $x = 4/3$, rispettivamente
1.4.9: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ sono raggiunti in punti critici
1.4.10: il valore massimo di f è dato da 0
1.4.11: il valore massimo di f è raggiunto in $x = 4/3$
1.4.12: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 3$
1.4.13: il valore minimo di f è raggiunto in $x = -2$
1.4.14: il valore minimo di f è dato da 0

1.4.15: l'immagine di f è un intervallo limitato
1.4.16: l'immagine di f è una semiretta
1.4.17: f non ha minimo sull'intervallo $[1, 3]$
1.4.18: f non ha massimo sull'intervallo $[1, 3]$
1.4.19: nessuna delle altre risposte è giusta

1.5: Se $f(x) = 1/3x^3 + x^2$, allora
1.5.1: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da $4/3$
1.5.2: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da $4/3$
1.5.3: f raggiunge il massimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 1$
1.5.4: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è dato da 18
1.5.5: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 3$
1.5.6: il valore massimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
1.5.7: il valore minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$ è raggiunto in un punto critico
1.5.8: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-3, -1]$ sono raggiunti in $x = -2$ e $x = 4/3$, rispettivamente
1.5.9: il valore massimo e il valore minimo di f sull'intervallo $[-1, 1]$ sono raggiunti in punti critici
1.5.10: f raggiunge il minimo sull'intervallo $[1, 3]$ in $x = 1$
1.5.11: il valore massimo di f è dato da 0
1.5.12: il valore massimo di f è raggiunto in $x = 4/3$
1.5.13: il valore minimo di f è raggiunto in $x = -2$
1.5.14: il valore minimo di f è dato da 0
1.5.15: l'immagine di f è un intervallo limitato
1.5.16: nessuna delle altre risposte è giusta
1.5.17: l'immagine di f è una semiretta
1.5.18: f non ha minimo sull'intervallo $[1, 3]$
1.5.19: f non ha massimo sull'intervallo $[1, 3]$

---

2 Teoriche

2.1: Sia $f(x) = \begin{cases} k\cos(x) & x \geq 0 \\ \sin(x) + m & x < 0 \end{cases}$
2.1.1: non esistono valori reali di m e k per cui f sia derivabile
2.1.2: esistono valori di k e m per cui f è continua ma non derivabile
2.1.3: f è derivabile in $\mathbb{R}$ se $k = m = 0$
2.1.4: f è derivabile su tutto $x = 0$ se $k = m$
2.1.5: esistono valori di k e m per cui f è derivabile

2.2: Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x \in \mathbb{R}$. La derivata di f in x è
2.2.1: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $b \to 0$, se esiste finito
2.2.2: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $b \to 0$, se esiste
2.2.3: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $x \to 0$, se esiste finito
2.2.4: il limite di $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$ per $x \to x_0$, se esiste finito
2.2.5: $\dfrac{f(x+b) - f(x)}{b}$
2.2.6: nessuna delle altre risposte è corretta

2.3: Una funzione f è definita su una semiretta positiva e ha minimo. Allora
2.3.1: la semiretta è chiusa
2.3.2: la semiretta è aperta
2.3.3: nessuna delle altre risposte è corretta
2.3.4: f non è continua
2.3.5: non esiste una tale funzione

---

3 Derivate e rette tangenti

3.1: Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(2x)}{x(x-5)}$$

3.1.1: $Df(x) = -\frac{2\sin(2x)x^2 - 10\sin(2x)x + 2\cos(2x)x - 5\cos(2x)}{x^2(x-5)^2}$
3.1.2: $Df(x) = -\frac{\sin(2x)x^2 - 5\sin(2x)x + 2\cos(2x)x - 5\cos(2x)}{x^2(x-5)^2}$
3.1.3: $Df(x) = -1/4\frac{4\sin(2x)x^2 - 10\sin(2x)x + 4\cos(2x)x - 5\cos(2x)}{x^2(2x-5)^2}$
3.1.4: $Df(x) = -\frac{3\sin(3x)x^2 - 15\sin(3x)x + 2\cos(3x)x - 5\cos(3x)}{x^2(x-5)^2}$
3.1.5: nessuna delle altre risposte è giusta

3.2: Determinare la tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(2x)}{x(x-5)}$$

nel punto di ascissa $x = 1/2\pi$
3.2.1: $y + 4\dfrac{1}{\pi(\pi-10)} = -8\dfrac{(\pi-5)(-2x+\pi)}{\pi^2(\pi-10)^2}$
3.2.2: $y - 1/2\pi = 16\dfrac{(\pi-5)(x\pi^2 - 10x\pi + 4)}{\pi^3(\pi-10)^3}$
3.2.3: $y + 4\dfrac{1}{\pi(\pi-10)} = 1/2\dfrac{(2\pi-5)(2x-\pi)}{\pi^2(\pi-5)^2}$
3.2.4: $y + 4\dfrac{1}{\pi(\pi-10)} = \dfrac{27}{2}\dfrac{(2\pi-15)(2x-\pi)}{\pi^2(\pi-15)^2}$
3.2.5: nessuna delle altre risposte è giusta
3.2.6: $y = -8\dfrac{4x-\pi}{\pi(\pi-20)}$

---

4 Studi di funzione

4.1: La funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x - 4}$
4.1.1: ha un asintoto verticale $x = 4$
4.1.2: ha due punti critici in $x = 4 + 2\sqrt{7}$ e in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
4.1.3: ha un massimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
4.1.4: ha un minimo relativo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$
4.1.5: ha limite $+\infty$ per $x \to +\infty$
4.1.6: ha limite $-\infty$ per $x \to -\infty$
4.1.7: ha limite $+\infty$ per $x \to -\infty$
4.1.8: ha limite $-\infty$ per $x \to +\infty$
4.1.9: ha un minimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{7}$
4.1.10: ha un massimo relativo in $x = 4 - 2\sqrt{35}$
4.1.11: ha un massimo relativo in $x = 4 + 2\sqrt{7}$
4.1.12: ha un asintoto orizzontale $y = 0$
4.1.13: ha un asintoto orizzontale e uno verticale

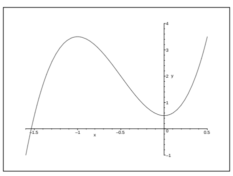
4.2: Determinare il numero delle soluzioni reali e distinte dell'equazione $x^3 + 3/2x^2 - 6x = -9/2$
4.2.1: una sola soluzione
4.2.2: nessuna delle altre risposte è giusta
4.2.3: tre soluzioni distinte
4.2.4: due soluzioni distinte
4.2.5: nessuna soluzione

4.3: Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$x^3 + 3/2x^2 - 6x = k$$

ammette tre soluzioni distinte?
4.3.1: $k \in (-7/2, 10)$
4.3.2: Nessuna delle altre risposte è corretta
4.3.3: Per $k < -7/2$ e $k > 10$
4.3.4: Per $k \leq -7/2$ e $k \geq 10$
4.3.5: $k \in [-7/2, 10]$
4.3.6: $\mathbb{R} - \{13/2\}$
4.3.7: Per $k < -7/2$
4.3.8: $k \in (10, \infty)$
4.3.9: per nessun valore di k

4.4: Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico? Non si tenga conto dei numeri riportati sugli assi

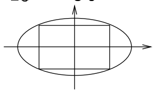


4.4.1: $9\,x^4 + 12\,x^3 - 2$
4.4.2: $15\,x^6 + 18\,x^5 - 2$
4.4.3: $15\,x^7 + 18\,x^5 + 2$
4.4.4: $-9\,x^7 - 12\,x^3 - 6$
4.4.5: $6\,x^3 + 9\,x^2 + 1$
4.4.6: $12\,x^5 + 15\,x^4 + 1$
4.4.7: $6\,x^3 + 9\,x^2 + 2$
4.4.8: $12\,x^5 + 15\,x^4 + 2$
4.4.9: $6\,x^3 - 9\,x^2 + 1$
4.4.10: $12\,x^5 - 15\,x^4 + 1$
4.4.11: $6\,x^3 - 9\,x^2 + 2$
4.4.12: $12\,x^5 - 15\,x^4 + 2$
4.4.13: $-6\,x^3 - 9\,x^2 + 1$
4.4.14: $-12\,x^5 - 15\,x^4 + 1$
4.4.15: $-6\,x^3 - 9\,x^2 + 2$

---

5 Applicazioni

5.1: Determinare l'area massima che può avere un rettangolo inscritto nell'ellisse di equazione $\dfrac{x^2}{49} + \dfrac{y^2}{36} = 1$.



5.1.1: 84
5.1.2: 72
5.1.3: 96
5.1.4: 98
5.1.5: 70
5.1.6: 60

5.2: Un grave viene lanciato da una altezza di 20 metri con una velocita' iniziale di 20 metri al secondo in una direzione che forma un angolo di 60 gradi con la verticale ascendente. Si suppone che il moto avvenga solo per effetto della gravita' e che l'accelerazione di gravita' sia di 9.8 m/s^2
5.2.1: il grave tocca terra dopo $(50+10\sqrt{123})/49$ secondi
5.2.2: raggiunge la massima altezza dal suolo dopo $50/49$ secondi
5.2.3: la massima altezza dal suolo che raggiunge è $1230/49$ metri
5.2.4: il grave tocca terra dopo $(50 + 20\sqrt{43})/49$ secondi
5.2.5: la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 1730 metri
5.2.6: il grave tocca terra dopo $(25\sqrt{3} - 5\sqrt{251})/49$ secondi
5.2.7: il grave tocca terra dopo $(100\sqrt{2})/49$ secondi
5.2.8: il grave tocca terra dopo $(10\sqrt{5})/7$ secondi
5.2.9: la massima altezza dal suolo che raggiunge e' 50 metri
5.2.10: la massima altezza dal suolo che raggiunge e' $500/49$ metri