**Analisi II - 2001-2002** **CdL Civile 26 Marzoo 2002**

**n. 1** cognome nome matricola

| **Risposte** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Domande** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |

Scrivere il numero della risposta che si ritiene corretta sopra al numero della corrispondente domanda

**Domanda 1)** Supponiamo di avere una carta dei sentieri di una montagna descritta da $z = 100 + xy$, $x^2 + y^2 \leq 300$, $z \geq 0$ e di dover seguire un sentiero che passa per il punto di coordinate $(10, 10)$, allora

1) la discesa è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come -2**i**-**j**
2) la salita è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come **i**+**j**
3) la discesa è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come **i**+**j**
4) se il sentiero è diretto come 2**i**+**j** dobbiamo salire

**Domanda 2)** Sia $r = ||X||, X = (x, y, z)$ e sia $f(X) = \dfrac{1}{r}$. Allora $\nabla f(X)$ è uguale a:

1) $\dfrac{X}{r^3}$ 2) $-\dfrac{X}{r^3}$ 3) $\dfrac{X}{r}$ 4) $-\dfrac{X}{r}$

**Domanda 3)** La funzione $\dfrac{x}{1 + x^2 + y^2}$

1) ha massimo assoluto in $(0, 0)$
2) ha massimo uguale a 1
3) ha massimo uguale a $1/2$
4) ha minimo uguale a $-1$

**Domanda 4)** Supponiamo che $f(x, y)$ sia tale che $f(0, 0) = 1$ e che esista il piano tangente in $(0, 0, 1)$ a $z = f(x, y)$. Siano poi

$$\gamma_1(t) = (t, 0) \text{ e } \gamma_2(t) = (0, t).$$

Sapendo che $\dfrac{d}{dt}(f \circ \gamma_1)(0) = 1$ e $\dfrac{d}{dt}(f \circ \gamma_2)(0) = 2$, qual'è l'equazione del piano tangente in $(0, 0, 1)$ al grafico di $f$?

1) $x + 2y + z + 1 = 0$ 2) $x + 2y + 1 = 0$
3) $(x - 1) + (y - 2) - z = 0$ 4) $x + 2y - z + 1 = 0$

**Domanda 5)** Supponiamo di avere una carta dei sentieri di una montagna descritta da $z = 100 + xy$, $x^2 + y^2 \leq 300$, $z \geq 0$ e di dover seguire un sentiero che passa per il punto di coordinate $(10, -4)$, allora

1) la salita è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come **i**+**j**
2) la discesa è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come 2**i**-5**j**
3) se il sentiero è diretto come 2**i**-5**j** dobbiamo salire
4) la salita è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come -4**i**+10**j**

**Domanda 6)** Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione $C^\infty(\mathbb{R})$ la cui approssimazione del secondo ordine in $P = (3, 1)$ è data da $f(3 + h, 1 + k) \approx 1 - 2h + 2hk + k^2$, allora

1) $f$ ha un punto di sella in $P$
2) Nessuna delle altre affermazioni è vera
3) i termini fino al secondo ordine non permettono di decidere se $f$ abbia un estremo locale in $P$
4) $f$ ha un punto di minimo locale in $P$

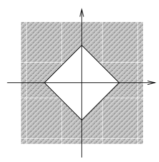
**Domanda 7)** La funzione $\dfrac{x}{1 + x^2 + y^2}$

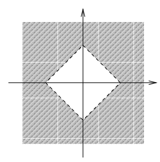
1) ha minimo assoluto in $(0, -1)$
2) ha massimo assoluto in $(1, 0)$
3) non e' limitata
4) ha minimo assoluto in $(0, 0)$

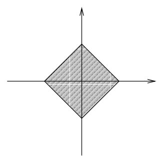
**Domanda 8)** Supponiamo di avere una carta dei sentieri di una montagna descritta da $z = 100 + xy$, $x^2 + y^2 \leq 300$, $z \geq 0$ e di dover seguire un sentiero che passa per il punto di coordinate $(10, 11)$, allora

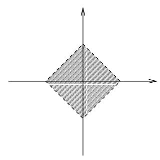
1) se il sentiero è diretto come -2**i**+**j** dobbiamo salire
2) se il sentiero è diretto come 2**i**+**j** dobbiamo salire
3) la discesa è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come 11**i**+10**j**
4) la discesa è la più ripida possibile se il sentiero è diretto come 2**i**+**j**

**Domanda 9)** Quale delle seguenti figure rappresenta meglio il dominio della funzione $f(x, y) = \sqrt{1 - (x + y)^2} - \sqrt{1 - (x - y)^2}$ ?


1)


2)


3)


4)

**Domanda 10)** Data la funzione definita da $f(x,y,z) = \sin(x+y+z)+exp(z+xyz)$, consideriamo la linea di livello $f(x,y,z) = 1$ in un intorno dell'origine $O = (0,0,0)$.

1) Nessuna delle altre affermazioni è vera
2) La linea di livello rappresenta il grafico di una funzione $z = \phi(x,y)$, ma non il grafico di una funzione $x = \psi(y,z)$
3) La linea di livello rappresenta il grafico di una funzione $z = \phi(x,y)$
4) La linea di livello rappresenta il grafico di una funzione $z = \phi(x,y)$, ma non il grafico di una funzione $y = \nu(x,z)$

**Domanda 11)** La curva di livello $xy^2+y+\sin(xy)+3(e^x-1) = 0$

1) è esplicitabile come $y = g(x)$ in un intorno del punto $(-1,0)$
2) ha tangente obliqua nell'origine
3) non è esplicitabile come $y = g(x)$ in un intorno dell'origine
4) non è esplicitabile come $x = h(y)$ in un intorno dell'origine

**Domanda 12)** Data la funzione definita da $f(x,y,z) = \sin(xy+z) + exp(x^2+y^2-xy+xyz)$, consideriamo la linea di livello $f(x,y,z) = 1$ in un intorno dell'origine $O = (0,0,0)$.

1) La linea di livello rappresenta il grafico di una funzione $z = \phi(x,y)$ che ha un massimo nell'origine
2) Nessuna delle altre affermazioni è vera
3) La linea di livello rappresenta il grafico di una funzione $z = \phi(x,y)$ che ha un punto di sella nell'origine
4) La linea di livello rappresenta il grafico di una funzione $z = \phi(x,y)$ che ha un minimo nell'origine

**Domanda 13)** Sia $f(x,y) = \cos(xy)exp(x+y)$, allora

1) $f$ ha un punto di sella nell'origine
2) nessuna delle altre affermazioni è vera
3) i termini fino al secondo ordine non permettono di decidere se $f$ abbia un estremo locale nell'origine
4) $f$ ha un minimo locale nell'origine

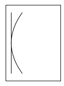
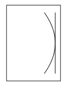
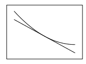
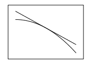
**Domanda 14)** Il polinomio di Taylor di grado 2 centrato in $(0,0)$ di $f(x,y) = \dfrac{1}{(1-x^2)(1-y)}$ e'

1) $1+x^2+y+y^2-x$ 2) $(1+x^2)(1-y+y^2)$
3) $1+x^2+y+y^2-xy$ 4) $1+y+y^2+x^2$

**Domanda 15)** La funzione $\dfrac{x}{1+x^2+y^2}$

1) ha massimo uguale a 1
2) non e' limitata
3) ha minimo assoluto in $(0,0)$
4) ha minimo uguale a $-1/2$

**Domanda 16)** Quali dei seguenti disegni meglio rappresenta $\gamma = \{(x,y) : (x^2+y^2)^2 - 2(x^2-y^2) = 8\}$ vicino al punto $(2,0)$?

1) 
2) 
3) 
4) 

**Domanda 17)** Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ due funzioni $C^\infty(\mathbb{R})$ tali che $f(3+h) = 1-2h+0(h^3)$ e $g(-1+k) = 2k+k^2+0(k^3)$ e sia $F(x,y) = f(x)g(y)$, allora

1) Nessuna delle altre affermazioni è vera
2) $F_{xy}(3,1) = -4$
3) $F_{yy}(1,3) = 1$
4) $F_{xx}(3,1) = 1$

**Domanda 18)** La curva di livello $xy^2+y+\sin(xy)+3(e^x-1) = 0$

1) è esplicitabile come $y = g(x)$ in un intorno dell'origine
2) ha tangente orizzontale nel punto $(-1,0)$
3) ha tangente obliqua nel punto $(-1,0)$
4) non è esplicitabile come $x = h(y)$ in un intorno dell'origine

**Domanda 19)** Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$, se $w(x,y,z) = x^3 f(\frac{y}{x}, \frac{z}{x})$, allora si ha

1) $x\dfrac{\partial w}{\partial x} + y\dfrac{\partial w}{\partial y} + z\dfrac{\partial w}{\partial z} = 2w$
2) $x\dfrac{\partial w}{\partial x} + y\dfrac{\partial w}{\partial y} + z\dfrac{\partial w}{\partial z} = 0$
3) $x\dfrac{\partial w}{\partial x} + y\dfrac{\partial w}{\partial y} + z\dfrac{\partial w}{\partial z} = 3w$
4) $x\dfrac{\partial w}{\partial x} + y\dfrac{\partial w}{\partial y} + z\dfrac{\partial w}{\partial z} = w$

**Domanda 20)** Sia $f(x,y) = \cos(xy)exp(x+y) - x - y$, allora

1) $f$ ha un punto di sella nell'origine
2) nessuna delle altre affermazioni è vera
3) i termini fino al secondo ordine non permettono di decidere se $f$ abbia un estremo locale nell'origine
4) $f$ ha un minimo locale nell'origine

**Domanda 21)** Quale delle superfici $z = f(x,y)$ seguenti non ammette piano tangente nel punto $P = (0,0,f(0,0))$?

1) $f(x,y) = \cos(x^2+y^2)$ 2) $f(x,y) = x^2+y^2$
3) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ 4) $f(x,y) = 0$

**Domanda 22)** Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione $C^\infty(\mathbb{R})$ la cui approssimazione del secondo ordine in $P = (3,1)$ è data da $f(3+h, 1+k) \approx 1-2h^2+2hk-k^2$, allora

1) Nessuna delle altre affermazioni è vera
2) i termini fino al secondo ordine non permettono di decidere se $f$ abbia un estremo locale in $P$
3) $f$ ha un punto di sella in $P$
4) $f$ ha un punto di massimo locale in $P$