

1: Disequazioni e Coniche

**Domanda 1.1:** Le soluzioni reali di  $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9x + 18} \geq 0$  sono date da

1.1.1:  $(-\infty, -5] \cup (6, +\infty)$

1.1.2:  $(-\infty, -5) \cup [6, +\infty)$

1.1.3:  $[-5, -3) \cup [3, 6)$

1.1.4:  $(-5, 3)$

1.1.5:  $[-5, 6)$

**Domanda 1.2:** La disequazione  $|x|(x + 2) > 0$

1.2.1: definisce l'insieme  $A = (-2, 0) \cup (0, +\infty)$

1.2.2: è soddisfatta da ogni  $x > 0$

1.2.3: definisce l'insieme  $A = (-2, +\infty)$

1.2.4: è soddisfatta da ogni  $x \geq 0$

1.2.5: definisce un intervallo aperto

1.2.6: è soddisfatta da ogni  $x \in \mathbb{R}$

**Domanda 1.3:** Sia  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x+1} > 0 \text{ e } x \leq 2 \right\}$

1.3.1:  $A = (-1, 0) \cup (0, 2]$

1.3.2:  $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 0 \text{ oppure } 0 < x \leq 2\}$

1.3.3:  $A = (-1, 2]$

1.3.4:  $A = [0, 2]$

1.3.5: Nessuna delle altre risposte è corretta

1.3.6:  $A = (-\infty, -1)$

1.3.7:  $A = \mathbb{R}$

**Domanda 1.4:** Sia  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x+1} > 0 \text{ oppure } x \leq 2 \right\}$

1.4.1:  $A = \mathbb{R}$

1.4.2:  $A = (-1, 0) \cup (0, 2]$

1.4.3:  $A = (-1, 2]$

1.4.4: Nessuna delle altre risposte è corretta

1.4.5:  $A = (-\infty, 2]$

**Domanda 1.5:** La disequazione  $|x - 5| \geq 1$  definisce

1.5.1: l'unione di due semirette chiuse

1.5.2: l'insieme  $(-\infty, 4] \cup [6, \infty)$

1.5.3: l'unione di due semirette aperte

1.5.4: l'intervallo  $[4, 6]$

1.5.5: una semiretta positiva

1.5.6: una semiretta negativa

1.5.7: l'intervallo  $(4, 6)$

**Domanda 1.6:** La disequazione  $|x - 5| \leq 1$  definisce

1.6.1: l'intervallo  $[4, 6]$

1.6.2: un intervallo limitato e chiuso

1.6.3: l'unione di due semirette aperte

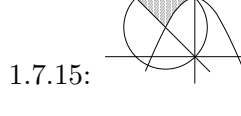
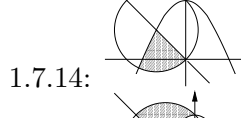
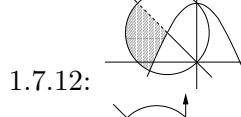
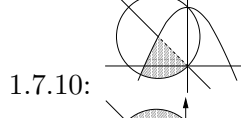
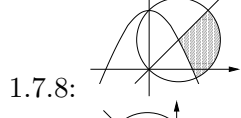
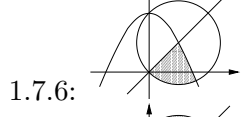
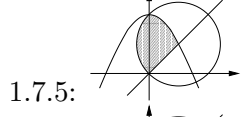
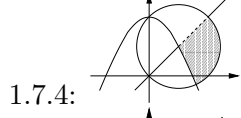
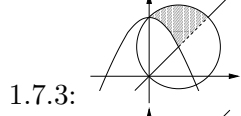
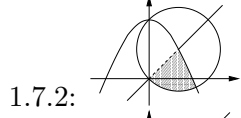
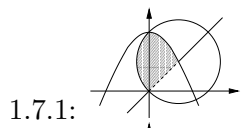
1.6.4: l'insieme  $(-\infty, 4] \cup [6, \infty)$

1.6.5: una semiretta positiva

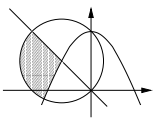
1.6.6: un intervallo aperto

1.6.7: l'intervallo  $(4, 6]$

**Domanda 1.7:** Le soluzioni del sistema  $\begin{cases} y > x \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2 \\ y \leq -x^2 + 2 \end{cases}$  sono rappresentate da

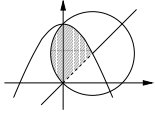


1.7.16:

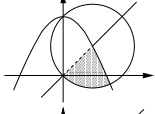


**Domanda 1.8:** Le soluzioni del sistema  $\begin{cases} y > -x \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \\ y \leq -x^2 + 2 \end{cases}$  sono rappresentate da

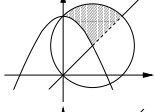
1.8.1:



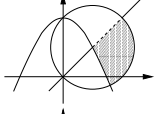
1.8.2:



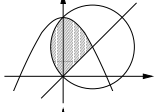
1.8.3:



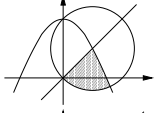
1.8.4:



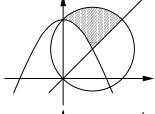
1.8.5:



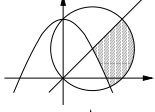
1.8.6:



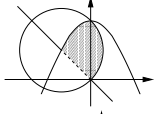
1.8.7:



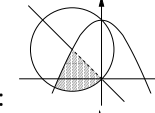
1.8.8:



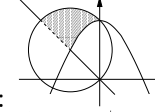
1.8.9:



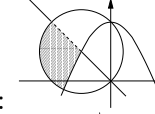
1.8.10:



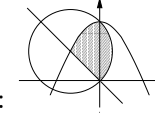
1.8.11:



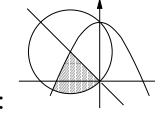
1.8.12:



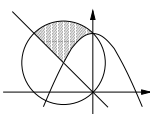
1.8.13:



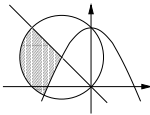
1.8.14:



1.8.15:



1.8.16:



---

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

**2: Domini**

**Domanda 2.1:** Il dominio della funzione  $f(x) = \sqrt{\frac{x(x+1)}{x-1}}$

2.1.1: è  $[-1, 0] \cup (1, +\infty)$

2.1.2: è  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

2.1.3: è  $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$

2.1.4: contiene una semiretta

2.1.5: è un intervallo chiuso e limitato

2.1.6: è una semiretta

2.1.7: contiene l'intervallo  $[-1, 0]$

**Domanda 2.2:** Il dominio della funzione  $f(x) = \sqrt{\sin x \left( \cos x - \frac{1}{2} \right)}$

2.2.1: è  $\left[ 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right] \cup \left[ (2k+1)\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right], k \in \mathbb{Z}$

2.2.2: è  $\left[ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, (2k+1)\pi \right], k \in \mathbb{Z}$

2.2.3: è l'unione di infiniti intervalli chiusi a due a due disgiunti

2.2.4: è tutto  $\mathbb{R}$

2.2.5: è  $[2k\pi, (2k+1)\pi], k \in \mathbb{Z}$

2.2.6: è l'insieme vuoto

2.2.7: nessuna delle altre risposte è corretta

**Domanda 2.3:** Il dominio della funzione  $f(x) = \sqrt{4 - x^2 + 2x}$  è

2.3.1: l'intervallo  $[1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}]$

2.3.2: un intervallo chiuso di lunghezza  $2\sqrt{5}$

2.3.3: l'intervallo chiuso di centro 1 e raggio  $\sqrt{5}$

2.3.4: l'unione di due semirette chiuse

2.3.5: un intervallo chiuso di lunghezza 4

2.3.6: una semiretta positiva

2.3.7: un intervallo limitato di centro 0

2.3.8: l'intervallo  $[-2, 2]$

**Domanda 2.4:** Il dominio della funzione  $f(x) = \sqrt{|\sin(x)|}$  è

2.4.1:  $\mathbb{R}$

2.4.2: un intervallo chiuso di lunghezza  $\pi$

2.4.3: l'unione di infiniti intervalli limitati e chiusi a due a due disgiunti

2.4.4: un intervallo chiuso di lunghezza 4

2.4.5: una semiretta positiva

2.4.6: un intervallo limitato centrato in 0

2.4.7: non contiene  $\pi/2$

---

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

### 3: Limiti di funzioni razionali

**Domanda 3.1:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$

3.1.1: è  $\frac{-4}{3}$

3.1.2: esiste finito

3.1.3: è  $+\infty$

3.1.4: non esiste ma esistono e sono finiti i limiti destro e sinistro

3.1.5: non esiste ma esistono i limiti destro e sinistro

3.1.6: è  $-\infty$

3.1.7: è 0

**Domanda 3.2:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 3x^2 + 4}$

3.2.1: è  $\frac{-4}{3}$

3.2.2: esiste finito

3.2.3: è  $+\infty$

3.2.4: è  $-\infty$

3.2.5: non esiste

3.2.6: non esiste ma esistono e sono finiti i limiti destro e sinistro

3.2.7: non esiste ma esistono e sono infiniti i limiti destro e sinistro

3.2.8: non esiste ma esiste il limite destro e vale  $+\infty$

3.2.9: non esiste ma esiste il limite sinistro e vale  $-\infty$

3.2.10: non esiste ma esiste il limite destro e vale  $-\infty$

3.2.11: non esiste ma esiste il limite sinistro e vale  $+\infty$

3.2.12: è 0

**Domanda 3.3:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$

3.3.1: è  $\frac{-4}{3}$

3.3.2: esiste finito

3.3.3: è  $+\infty$

3.3.4: è  $-\infty$

3.3.5: non esiste

3.3.6: non esiste ma esistono e sono finiti i limiti destro e sinistro

3.3.7: non esiste ma esistono e sono infiniti i limiti destro e sinistro

3.3.8: non esiste ma esiste il limite destro e vale  $+\infty$

3.3.9: non esiste ma esiste il limite sinistro e vale  $-\infty$

3.3.10: non esiste ma esiste il limite destro e vale  $-\infty$

3.3.11: non esiste ma esiste il limite sinistro e vale  $+\infty$

3.3.12: è 0

---

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

### 4: Limiti vari

**Domanda 4.1:**  $\lim_{x \rightarrow 0} ax^2 + 3x + 5$

4.1.1: è 5 per ogni  $a \in \mathbb{R}$

4.1.2: esiste ed è indipendente da  $a \in \mathbb{R}$

4.1.3: dipende da  $a \in \mathbb{R}$

4.1.4: è 5 solo per qualche  $a \in \mathbb{R}$

4.1.5: è 0 per ogni  $a \in \mathbb{R}$

4.1.6: non esiste per qualche  $a \in \mathbb{R}$

**Domanda 4.2:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} ax^2 + 3x + 5$

4.2.1: è  $\infty$  per ogni  $a \geq 0$

4.2.2: dipende da  $a \in \mathbb{R}$

4.2.3: è  $-\infty$  per ogni  $a < 0$

4.2.4: è indipendente da  $a \in \mathbb{R}$

4.2.5: è  $-\infty$  per ogni  $a \leq 0$

4.2.6: è 0 per qualche  $a \in \mathbb{R}$

4.2.7: non esiste per qualche  $a \in \mathbb{R}$

**Domanda 4.3:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos(2x - 1)}{x^3 + 1}$

4.3.1: è 0

4.3.2: è dato dall'insieme  $[-1, 1]$

4.3.3: è un numero irrazionale

4.3.4: non esiste

**Domanda 4.4:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \tan\left(\frac{1}{x}\right)$

4.4.1: non esiste

4.4.2: è  $\infty$

4.4.3: è dato da tutti i numeri reali

4.4.4: è 0

**Domanda 4.5:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \tan(x) \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

4.5.1: è 0

4.5.2: è  $\infty$

4.5.3: è dato dall'insieme  $[-1, 1]$

4.5.4: non esiste

**Domanda 4.6:**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{|x - 3|}$

4.6.1: non esiste

4.6.2: esiste finito

4.6.3: è uguale a 4

4.6.4: non esiste ma esistono finiti il limite destro e il limite sinistro

4.6.5: esiste il limite destro ed è uguale a 4

4.6.6: esiste il limite sinistro ed è uguale a  $-4$

4.6.7: esiste il limite destro ed è uguale a  $-4$

4.6.8: esiste il limite sinistro ed è uguale a 4

4.6.9: non esiste e non esistono neppure i limiti destro e sinistro

4.6.10: non esiste il limite destro

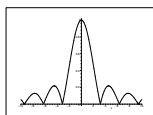
4.6.11: esiste e vale  $+\infty$

---

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

5: Grafici conosciuti

**Domanda 5.1:** Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?



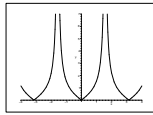
5.1.1:  $\left| \frac{\sin(x)}{x} \right|$

5.1.2:  $|\tan(x)|$

5.1.3:  $\frac{\sin(x)}{x}$

5.1.4:  $|\sin(x)|$

**Domanda 5.2:** Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?



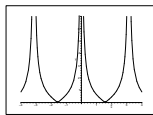
5.2.1:  $|\tan(x)|$

5.2.2:  $\left| \frac{\sin(x)}{x} \right|$

5.2.3:  $\tan(x)$

5.2.4:  $|\cot(x)|$

**Domanda 5.3:** Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?



5.3.1:  $|\cot(x)|$

5.3.2:  $\left| \frac{\sin(x)}{x} \right|$

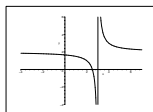
5.3.3:  $|\tan(x)|$

5.3.4:  $\cot(x)$

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

**6:** Grafici composti

**Domanda 6.1:** Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?



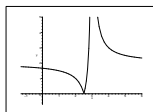
6.1.1:  $2 + \frac{1}{x-3}$

6.1.2:  $-2 + \frac{1}{2x+6}$

6.1.3:  $\left| -2 + \frac{1}{2x+6} \right|$

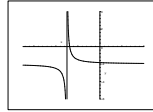
6.1.4:  $\left| 2 + \frac{1}{x-3} \right|$

**Domanda 6.2:** Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?



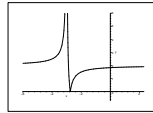
- 6.2.1:  $\left| 2 + \frac{1}{x-3} \right|$   
 6.2.2:  $\left| -2 + \frac{1}{2x+6} \right|$   
 6.2.3:  $-2 + \frac{1}{2x+6}$   
 6.2.4:  $2 + \frac{1}{x-3}$

**Domanda 6.3:** Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?



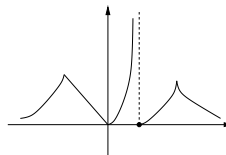
- 6.3.1:  $-2 + \frac{1}{2x+6}$   
 6.3.2:  $\left| -2 + \frac{1}{2x+6} \right|$   
 6.3.3:  $\left| 2 + \frac{1}{x-3} \right|$   
 6.3.4:  $2 + \frac{1}{x-3}$

**Domanda 6.4:** Quale funzione è rappresentata dal seguente grafico?



- 6.4.1:  $\left| -2 + \frac{1}{2x+6} \right|$   
 6.4.2:  $-2 + \frac{1}{2x+6}$   
 6.4.3:  $\left| 2 + \frac{1}{x-3} \right|$   
 6.4.4:  $2 + \frac{1}{x-3}$

**Domanda 6.5:** Quali proprietà ha la funzione rappresentata dal seguente grafico? (il pallino pieno indica che il punto appartiene al grafico)



- 6.5.1: è una funzione limitata in  $(-\infty, 0]$   
 6.5.2: è una funzione continua a destra  
 6.5.3: è una funzione limitata inferiormente  
 6.5.4: è una funzione che ammette minimo  
 6.5.5: è una funzione continua  
 6.5.6: è una funzione limitata  
 6.5.7: è una funzione che ammette massimo



**7:** Continuità

**Domanda 7.1:** La funzione definita da

$$f(x) = \sqrt{x(1-x)}$$

- 7.1.1: può essere estesa per continuità a tutto  $\mathbb{R}$
- 7.1.2: può essere estesa per continuità a  $[0, \infty]$
- 7.1.3: non può essere estesa per continuità a tutto  $\mathbb{R}$
- 7.1.4: non è continua nel suo dominio
- 7.1.5: non può essere estesa per continuità a nessun intervallo aperto contenente  $[0, 1]$

**Domanda 7.2:** Sia  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + k & x < -1 \\ x + 3 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x + k & x > 1 \end{cases}$

- 7.2.1:  $f$  è continua in  $x = 1$  se  $k = 1$
- 7.2.2:  $f$  è continua in  $x = 1$  ma non in  $x = -1$  se  $k = 1$
- 7.2.3: non esiste alcun valore reale di  $k$  per cui  $f$  è continua in tutto  $\mathbb{R}$
- 7.2.4:  $f$  è continua su tutto  $\mathbb{R}$  se  $k = 1$
- 7.2.5:  $f$  è continua in  $x = -1$  se  $k = 1$
- 7.2.6: non esiste alcun valore reale di  $k$  per cui  $f$  sia continua in  $x = 1$  e discontinua in  $x = -1$
- 7.2.7:  $f$  è continua su tutto  $\mathbb{R}$  per ogni  $k \in \mathbb{R}$
- 7.2.8:  $f$  è continua in  $x = 1$  per ogni  $k \in \mathbb{R}$
- 7.2.9: non esiste alcun valore reale di  $k$  per cui  $f$  è continua in  $x = -1$

**8:** Massimi e minimi

**Domanda 8.1:** La funzione definita da  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

- 8.1.1: ha massimo
- 8.1.2: ha massimo uguale ad 1
- 8.1.3: non ha minimo
- 8.1.4: è limitata
- 8.1.5: ha per immagine una semiretta
- 8.1.6: non ha massimo
- 8.1.7: ha minimo uguale a 0
- 8.1.8: ha per immagine un intervallo chiuso
- 8.1.9: ha per immagine un intervallo aperto

**Domanda 8.2:** La funzione definita da  $f(x) = \frac{2x - 5}{x - 3}$

- 8.2.1: non ha massimo
- 8.2.2: non ha minimo
- 8.2.3: non ha nè massimo nè minimo
- 8.2.4: ha per immagine l'unione di due semirette aperte disgiunte
- 8.2.5: ha per immagine  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
- 8.2.6: ha per immagine una semiretta positiva
- 8.2.7: ha massimo
- 8.2.8: ha minimo
- 8.2.9: ha per immagine un intervallo limitato e chiuso
- 8.2.10: ha per immagine un intervallo limitato e aperto

**Domanda 8.3:** La somma di due numeri non negativi è 100

8.3.1: il massimo valore per il loro prodotto è 2500

8.3.2: il massimo valore per il loro prodotto è raggiunto quando entrambi valgono 50

8.3.3: il loro prodotto può assumere un valore qualsiasi compreso fra 0 e 2500

8.3.4: il massimo valore per il loro prodotto è  $10^4$

8.3.5: il massimo valore per il loro prodotto è 50

8.3.6: il massimo valore per il loro prodotto è raggiunto quando uno vale 10

8.3.7: il massimo valore per il loro prodotto è 25

8.3.8: il minimo valore per il loro prodotto è 25

**Domanda 8.4:** Sia  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

8.4.1:  $f$  ammette massimo in  $[0, 2]$

8.4.2:  $f$  ammette minimo in  $[-2, 0]$

8.4.3:  $f$  ammette massimo in  $[0, 3)$

8.4.4:  $f$  ammette minimo in  $[0, 3)$

8.4.5:  $f$  è limitata superiormente in  $(-\infty, 3)$

8.4.6:  $f$  è limitata inferiormente in  $(-\infty, 3)$

8.4.7:  $f$  ammette massimo e minimo in  $(-2, 2]$

8.4.8:  $f$  ammette massimo in  $(-2, 2]$

8.4.9:  $f$  ammette massimo ma non ammette minimo in  $(-3, 2)$

**Domanda 8.5:** Sia  $f(x) = x^2 - 4x + 5$

8.5.1:  $f(x)$  ammette minimo in  $(-3, 3)$

8.5.2:  $f(x)$  ammette massimo in  $(-3, 3)$

8.5.3:  $f(x)$  ammette massimo in  $(0, 4]$

8.5.4:  $f(x)$  non ammette massimo in  $(0, 4]$

8.5.5:  $f(x)$  è limitata inferiormente

8.5.6:  $f(x)$  è limitata superiormente

8.5.7:  $f(x)$  è limitata

---

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

**9:** Zeri di funzioni

**Domanda 9.1:** L'equazione  $\cos(x) = x + a$

9.1.1: non ha soluzioni per  $x > -a + 2$

9.1.2: ha soluzione per ogni  $a \in \mathbb{R}$

9.1.3: ha soluzione in  $(0, \pi/4)$  per  $a = 1/2$

9.1.4: ha soluzione in  $(-\pi, -\pi/2)$  per  $a = 2$

9.1.5: ha soluzione in  $(0, \pi/2)$  per ogni  $a \in \mathbb{R}$

9.1.6: non ha soluzione per particolari valori di  $a$

9.1.7: ha soluzione in  $(0, \pi/2)$  per  $a = 1$

9.1.8: ha soluzione in  $(-\pi/2, 0)$  per  $a = 1/2$

---

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

**10:** Derivate

**Domanda 10.1:** La derivata di  $f(x) = \cos(x^2 + 3)$  è

10.1.1:  $-2x \sin(x^2 + 3)$

10.1.2:  $-2x \sin(x)$

10.1.3:  $2x \sin(x^2 + 3)$

10.1.4:  $-\sin(x^2 + 3)$

**Domanda 10.2:** La derivata di  $f(x) = |x^2 - 1|$

10.2.1: è  $2x$  per ogni  $x > 1$

10.2.2: è  $2x$  per ogni  $x < -1$

10.2.3: non è definita per  $x = 1$

10.2.4: è  $-2x$  per ogni  $x \in (-1, 1)$

10.2.5: è  $2x$  per ogni  $x \geq 1$

10.2.6: è definita su tutta la retta reale

10.2.7: è  $-2x$  per ogni  $x \in [-1, 1]$

10.2.8: non è definita per  $x = 0$

**Domanda 10.3:** Sia  $f(x) = \sqrt{2x+1}$

10.3.1:  $f$  è definita per  $x \geq \frac{-1}{2}$  e derivabile per  $x > \frac{-1}{2}$

10.3.2:  $f'(x) = (\sqrt{2x+1})^{-1} \forall x > \frac{-1}{2}$

10.3.3:  $f'(x) = (\sqrt{2x+1})^{-1}$  per ogni  $x$  nel dominio di  $f$

10.3.4: è definita e derivabile per  $x \geq \frac{-1}{2}$

10.3.5:  $f'(x) = (2\sqrt{2x+1})^{-1} \forall x > \frac{-1}{2}$

10.3.6:  $f'(x) = 2(\sqrt{2x+1})^{-1} \forall x > \frac{-1}{2}$

**Domanda 10.4:** Sia  $f(x) = |x^2 - 4|$

10.4.1:  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R}$  tranne al più in un numero finito di punti

10.4.2:  $f'(1) = -2$

10.4.3:  $f'(x) = 2x$  se  $|x| > 2$

10.4.4:  $f'(x) = 2x$  se  $|x| \geq 2$

10.4.5:  $f'(3) = 3f'(1)$

10.4.6:  $f'(1) = 2$

10.4.7:  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R}$

---

Esercitazione di Analisi I - Ottobre 2001

11: Teoriche

**Domanda 11.1:** La funzione  $f$  è definita sull'intervallo  $[-3, 3]$  ed ha per immagine l'insieme  $[-3, 0) \cup (1, 3]$ .

Allora

11.1.1:  $f$  non è continua

11.1.2:  $f$  non ha massimo

11.1.3:  $f$  non ha minimo

11.1.4:  $f$  è continua

11.1.5: non esiste una tale funzione

**Domanda 11.2:** Una funzione è definita e continua su un intervallo limitato ed ha come immagine una semiretta. Allora

11.2.1: l'intervallo non è chiuso

11.2.2: l'intervallo è chiuso

11.2.3: l'intervallo è aperto

11.2.4: l'intervallo non è aperto

11.2.5: non esiste una tale funzione

**Domanda 11.3:** Una funzione  $f$  è definita su una semiretta positiva ed ha massimo. Allora

11.3.1: nessuna delle altre risposte è giusta

11.3.2: la semiretta è chiusa

11.3.3: la semiretta è aperta

11.3.4:  $f$  non è continua

11.3.5: non esiste una tale funzione

---