

## Operazioni con i limiti

Al fine di facilitare la memorizzazione dei risultati, descriviamo le relazioni esistenti fra l'operazione di limite e le operazioni fondamentali fra funzioni mediante delle tabelle. Supponiamo che

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \lambda_1 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \alpha} g(x) = \lambda_2$$

dove sia  $\alpha$  che  $\lambda_1, \lambda_2$  possono essere numeri reali o uno dei simboli introdotti, cioè

$$\alpha = a \in \mathbb{R}, a^-, a^+, \pm\infty,$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = L \in \mathbb{R}, \pm\infty$$

### Tabella per la somma di limiti

Si ha

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) + g(x) = \lambda_1 + \lambda_2 = \lambda$$

con  $\lambda$  somma di numeri reali o definito dalla seguente tabella

$$\begin{aligned} \pm\infty + L &= L \pm \infty = \pm\infty, \quad \forall L \in \mathbb{R} \\ \infty + \infty &= \infty, \quad -\infty + (-\infty) = -\infty \\ \infty + (-\infty) \quad \text{e} \quad -\infty + \infty &\text{ non sono definiti} \end{aligned}$$

### Tabella per il prodotto di limiti

Si ha

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)g(x) = \lambda_1\lambda_2 = \lambda$$

con  $\lambda$  prodotto di numeri reali o definito dalla seguente tabella

$$\begin{aligned} \infty \infty &= (-\infty)(-\infty) = \infty \\ \infty (-\infty) &= (-\infty) \infty = -\infty \end{aligned}$$

$$L \infty = \infty L = \begin{cases} \infty & \text{se } L > 0 \\ \text{non è definito} & \text{se } L = 0 \\ -\infty & \text{se } L < 0 \end{cases}$$

$$L(-\infty) = -\infty L = \begin{cases} -\infty & \text{se } L > 0 \\ \text{non è definito} & \text{se } L = 0 \\ +\infty & \text{se } L < 0 \end{cases}$$

### Tabella per il reciproco del limite

Conviene definire

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 0^{\pm}$$

se  $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 0$  e  $f(x)$  e' positiva (rispettivamente negativa) "vicino" a zero. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} 1/f(x) = 1/\lambda_1$$

con  $1/\lambda_1$  reciproco di un numero reale diverso da zero o definito dalla seguente tabella

$$\begin{array}{l} \frac{1}{\pm\infty} = 0, \quad \frac{1}{\infty} = 0^+, \quad \frac{1}{-\infty} = 0^- \\ \frac{1}{0^+} = \infty, \quad \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \text{per } \frac{1}{0} \text{ si puo' dire solo } \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{1}{|f(x)|} = \infty \end{array}$$

Dalle tabelle del prodotto e del reciproco, ricavare la tabella del quoziente .

### Forme indeterminate

I simboli

$$-\infty + \infty, \quad \pm\infty 0, \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, \quad \frac{0}{0}$$

sono dette **forme indeterminate** perche' in questi casi i rispettivi limiti possono assumere qualsiasi valore.