

1 Esercizi sulla continuità

1. Considerare le funzioni degli esercizi proposti nella sezione 1.4 degli esercizi sulle nozioni di base e determinare in quali insiemi sono continue. Determinare inoltre gli eventuali asintoti.

2. Delle seguenti funzioni si disegni il grafico e si determinino gli eventuali punti di discontinuità e gli eventuali asintoti.

$$x \mapsto \arcsin(x+5) - \pi/4, \quad |\arcsin(x+5) - \pi/4|, \quad \ln(x-1) + 1, \quad |\ln(x-1) + 1|$$

$$x \mapsto \cos(\pi(x+1)), \quad |\cos(\pi(x+1))|, \quad \arctan(x-1) - \pi/2, \quad |\arctan(x-1) - \pi/2|$$

3. Disegnare il grafico della seguente funzione e determinarne l'esistenza di discontinuità e di asintoti.

$$f(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x < -1 \\ \arccos(x) & x \in [-1, 1] \\ \arctan(x-1) & x > 1 \end{cases}$$

4. Determinare graficamente al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ il numero e il segno delle soluzioni delle seguenti equazioni

$$\arccos(x-5) - \pi/4 = k, \quad (x-1)^2 - 1 = k$$

5. Determinare graficamente al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ il numero e il segno delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$, per tutte le funzioni f definite nei precedenti esercizi

6. Determinare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ le seguenti funzioni risultano continue su tutto \mathbb{R} ; determinare inoltre se hanno asintoti.

$$x \mapsto \begin{cases} 3x+5 & x \leq 3 \\ x+a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x/a+5 & x \leq 3 \\ x+a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} \cos(ax) & x \leq 0 \\ \sin(x+a) & x > 0 \end{cases},$$

7. Determinare il dominio, gli zeri e gli eventuali asintoti delle seguenti funzioni. Determinarne anche il segno usando il teorema degli zeri

$$x \mapsto (x^3 - 9x)(x^2 + 2x + 1), \quad x \cos(x), \quad \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 3x - 4}, \quad \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^4 - 16}$$

8. Determinare gli eventuali asintoti della funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x - 3}{x + 5}$$

Inoltre, usando il teorema degli zeri determinarne il segno

9. Determinare dominio, eventuali asintoti, zeri e segno delle funzioni definite da $f(x) = \ln(x^3 - 4x^2 + 2x + 1)$ e $f(x) = \frac{x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 4x}{x^2 + 1}$.

10. Calcolare eventuali asintoti, zeri, min e max (se esistono) della funzione

$$f(x) = |x^3 - 3x^2 - 2x + 6|.$$