–

– Appello –

–

Compito n. **1**

Risposte														
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Domanda 1)
Quale delle seguenti affermazioni sulla funzione
$f : x \mapsto \dfrac{x^2-12x+35}{x^2-15x+56}$ è corretta?

1. f non è estendibile per continuità in $x = 8$
2. Non esiste $\lim_{x\to 7} f(x)$ ma esistono i limiti destro e sinistro
3. f non è definita in $x = 8$ ma è ivi estendibile per continuità
4. Nessuna delle altre affermazioni è corretta

Domanda 2)
Quale delle seguenti affermazioni sulla funzione
$f : x \mapsto -\dfrac{x^2-13x+40}{x^2-16x+64}$ è corretta?

1. La funzione ha un asintoto orizzontale e uno verticale
2. La funzione non ha asintoti verticali
3. La funzione ha un asintoto orizzontale e due verticali
4. Nessuna delle altre affermazioni è corretta

Domanda 3)
La funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{8-2x^2} & \text{se} \quad |x| < 2 \\ k & \text{se} \quad |x| \geq 2 \end{cases}$$

1. è continua su $\mathbb{R}$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
2. è continua su $\mathbb{R}$ per $k = 8$
3. è continua su $\mathbb{R}$ per $k = 0$
4. è continua su $\mathbb{R}$ per almeno tre valori di $k \in \mathbb{R}$

Domanda 4)
Sia $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+3k & x < -1 \\ x+3 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2+2x+k & x > 1 \end{cases}$

1. non esiste alcun valore reale di k per cui f è continua in $x = -1$
2. f è continua in $x = 1$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
3. f è continua in $x = 1$ ma non in $x = -1$ se $k = 1$
4. f è continua in $x = -1$ se $k = 1$

Domanda 5)
La funzione definita da $f(x) = \begin{cases} h(x-1)^x & \text{se} \quad x > 1 \\ k + x^2 & \text{se} \quad x \leq 1 \end{cases}$
appartiene a $C^0(\mathbb{R})$

1. se e solo se $k = -1$ e $h = 0$
2. per un solo valore della coppia di parametri (h, k)
3. per infiniti valori della coppia di parametri (h, k)
4. per nessun valore della coppia di parametri (h, k)

Domanda 6)
La funzione definita da $f(x) = \begin{cases} h\,x\ln(x) & \text{se} \quad x > 0 \\ k + x^3 & \text{se} \quad x \leq 0 \end{cases}$
appartiene a $C^0(\mathbb{R})$

1. per nessun valore dei parametri
2. se $k = -1$ per ogni h
3. se e solo se $k = -1$ e $h = 0$
4. per infiniti valori della coppia di parametri (h, k)

Domanda 7)
Quali delle seguenti affermazioni è corretta?

1. Una funzione con dominio $[1, 2] \cup (4, 6]$ che non ha massimo non è continua
2. nessuna delle altre affermazioni è corretta
3. Una funzione con dominio $[1, 2] \cup [4, 6]$ che non ha minimo non è continua
4. Una funzione continua con dominio $(1, 2)$ che ha massimo non ha minimo

Domanda 8)
Sia $f : (4, 14) \to \mathbb{R}$ una funzione continua che si annulla solo per $x = 8$ e tale che $f(5) = 5$. Allora

1. f cambia segno in $(4, 14)$
2. f è limitata
3. f è maggiore o uguale a zero in $(4, 14)$
4. se $f(9) = 5$, f è maggiore o uguale a zero in $(4, 14)$

Domanda 9)
Enunciare il teorema di Weierstrass, secondo il seguente schema
Ipotesi
Tesi
motivare tutti i passaggi.

Domanda 10)
Enunciare il teorema degli zeri, secondo il seguente schema
Ipotesi
Tesi
motivare tutti i passaggi.

Domanda 11)
Considerare la funzione

$$f : x \mapsto \begin{cases} 3x & x \in [-3, 1] \\ \frac{12}{x} & x \in (1, 2]\,. \end{cases}$$

Posso applicare il teorema di Weierstrass per concludere che la funzione ha massimo? Motivare la risposta.
motivare tutti i passaggi.

Domanda 12)

Considerare la funzione

$$f : x \mapsto \begin{cases} 2x & x \in [-3,1] \\ \frac{2}{x} & x \in (1,2)\,. \end{cases}$$

Posso applicare il teorema di Weierstrass per concludere che la funzione ha massimo? Motivare la risposta.
motivare tutti i passaggi.

Domanda 13)
Sia f una funzione reale di una variabile reale, completare le ipotesi del seguente teorema (formulazione equivalente del teorema degli zeri).

Ipotesi 1. ......
Ipotesi 2. $f \in C^0(A)$
Ipotesi 3. $f(x) \neq 0$ per ogni $x \in A$
Tesi. $f(x_1)f(x_2) > 0$ per ogni $x_1, x_2 \in A$
motivare tutti i passaggi.

Domanda 14)
Completare la tesi del seguente teorema (formulazione equivalente del teorema degli zeri).
Ipotesi 1. f è continua nell'intervallo I
Ipotesi 2. f non ha zeri in I
Tesi. ......
motivare tutti i passaggi.

–

– Appello –

–

Compito n. **2**

Risposte														
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Domanda 1)
Quale delle seguenti affermazioni sulla funzione
$f : x \mapsto \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ è corretta?

1. Non esiste $\lim_{x\to 3} f(x)$ ma esistono i limiti destro e sinistro
2. f non è definita in $x = 3$ ma è ivi estendibile per continuità
3. Nessuna delle altre affermazioni è corretta
4. f non è estendibile per continuità in $x = 3$

Domanda 2)
Quale delle seguenti affermazioni sulla funzione
$f : x \mapsto -\dfrac{x^2-12x+27}{x^2-18x+81}$ è corretta?

1. La funzione non ha asintoti verticali
2. f non è definita in $x = 9$ ma è ivi estendibile per continuità
3. f non è estendibile per continuità in $x = 9$
4. Nessuna delle altre affermazioni è corretta

Domanda 3)
La funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{8-2x^2} & \text{se} \quad |x| < 2 \\ k & \text{se} \quad |x| \geq 2 \end{cases}$$

1. è continua su $\mathbb{R}$ per almeno tre valori di $k \in \mathbb{R}$
2. è continua su $\mathbb{R}$ per $k = 0$
3. è continua su $\mathbb{R}$ per $k = 2$
4. è continua su $\mathbb{R}$ per $k = 8$

Domanda 4)
Sia $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+3k & x < -1 \\ x+3 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2+2x+k & x > 1 \end{cases}$

1. f è continua in $x = 1$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
2. non esiste alcun valore reale di k per cui f è continua in tutto $\mathbb{R}$
3. f è continua in $x = -1$ se $k = 1$
4. f è continua in $x = 1$ ma non in $x = -1$ se $k = 1$

Domanda 5)
La funzione definita da $f(x) = \begin{cases} h(x-1)^x & \text{se} \quad x > 1 \\ k + x^2 & \text{se} \quad x \leq 1 \end{cases}$
appartiene a $C^0(\mathbb{R})$

1. se $k = -1$ per ogni h
2. se e solo se $k = -1$ e $h = 0$
3. per nessun valore della coppia di parametri (h, k)
4. nessuna delle altre affermazioni è corretta

Domanda 6)
La funzione definita da $f(x) = \begin{cases} h\,x\ln(x) & \text{se} \quad x > 0 \\ k + x^3 & \text{se} \quad x \leq 0 \end{cases}$
appartiene a $C^0(\mathbb{R})$

1. se e solo se $h = k = 0$
2. per nessun valore dei parametri
3. se $k = 0$ per ogni h
4. per un solo valore della coppia di parametri (h, k)

Domanda 7)
Quali delle seguenti affermazioni è corretta?

1. nessuna delle altre affermazioni è corretta
2. Una funzione continua con dominio $(1, 2)$ che ha massimo non ha minimo
3. Una funzione con dominio $[1, 2] \cup [4, 6]$ che non ha massimo non è continua
4. Una funzione con dominio $(1, 2] \cup [4, 6]$ che non ha minimo non è continua

Domanda 8)
Sia $f : (0, 10) \to \mathbb{R}$ una funzione continua che si annulla solo per $x = 4$ e tale che $f(1) = 7$. Allora

1. f è maggiore o uguale a zero in $(0, 10)$
2. nessuna delle altre risposte è giusta
3. f cambia segno in $(0, 10)$
4. è positiva in $(0, 4)$

Domanda 9)
Enunciare il teorema di Weierstrass, secondo il seguente schema
Ipotesi
Tesi
motivare tutti i passaggi.

Domanda 10)
Enunciare il teorema degli zeri, secondo il seguente schema
Ipotesi
Tesi
motivare tutti i passaggi.

Domanda 11)
Considerare la funzione

$$f : x \mapsto \begin{cases} 3x & x \in [-1, 2] \\ \frac{3}{x} & x \in (2, 4]\,. \end{cases}$$

Posso applicare il teorema di Weierstrass per concludere che la funzione ha massimo? Motivare la risposta.
motivare tutti i passaggi.

Domanda 12)

Considerare la funzione

$$f : x \mapsto \begin{cases} 2x & x \in [-3, 1] \\ \frac{2}{x} & x \in (1, 2)\,. \end{cases}$$

Posso applicare il teorema di Weierstrass per concludere che la funzione ha massimo? Motivare la risposta.
motivare tutti i passaggi.

Domanda 13)
Sia f una funzione reale di una variabile reale, completare le ipotesi del seguente teorema (formulazione equivalente del teorema degli zeri).

Ipotesi 1. ......
Ipotesi 2. $f \in C^0(A)$
Ipotesi 3. $f(x) \neq 0$ per ogni $x \in A$
Tesi. $f(x_1)f(x_2) > 0$ per ogni $x_1, x_2 \in A$
motivare tutti i passaggi.

Domanda 14)
Completare la tesi del seguente teorema (formulazione equivalente del teorema degli zeri).
Ipotesi 1. f è continua nell'intervallo I
Ipotesi 2. f non ha zeri in I
Tesi. ......
motivare tutti i passaggi.

–
– Appello –
–

Compito n. **3**

Risposte														
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Domanda 1)
Quale delle seguenti affermazioni sulla funzione
$f : x \mapsto \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ è corretta?

1. Non esiste $\lim_{x\to 3} f(x)$ ma esistono i limiti destro e sinistro
2. f non è estendibile per continuità in $x = 3$
3. f non è definita in $x = 3$ ma è ivi estendibile per continuità
4. f non è definita in $x = 4$ ma è ivi estendibile per continuità

Domanda 2)
Quale delle seguenti affermazioni sulla funzione
$f : x \mapsto -\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-8x+16}$ è corretta?

1. La funzione non ha asintoti verticali
2. Nessuna delle altre affermazioni è corretta
3. La funzione ha un asintoto orizzontale e due verticali
4. La retta $x = 4$ è ha un asintoto verticale per la funzione

Domanda 3)
La funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{8-2x^2} & \text{se} \quad |x| < 2 \\ k & \text{se} \quad |x| \geq 2 \end{cases}$$

1. è continua su $\mathbb{R}$ per $k = 2$
2. è continua su $\mathbb{R}$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
3. è continua su $\mathbb{R}$ per un solo valore di $k \in \mathbb{R}$
4. è continua su $\mathbb{R}$ per $k = 8$

Domanda 4)
Sia $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+3k & x < -1 \\ x+3 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2+2x+k & x > 1 \end{cases}$

1. f è continua in $x = 1$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
2. f è continua su tutto $\mathbb{R}$ per ogni $k \in \mathbb{R}$
3. f è continua in $x = -1$ se $k = 1$
4. non esiste alcun valore reale di k per cui f è continua in tutto $\mathbb{R}$

Domanda 5)
La funzione definita da $f(x) = \begin{cases} h(x-3)^x & \text{se} \quad x > 3 \\ k+x^2 & \text{se} \quad x \leq 3 \end{cases}$
appartiene a $C^0(\mathbb{R})$

1. se e solo se $h = k = 0$
2. se $k = 0$ per ogni h
3. per infiniti valori della coppia di parametri (h, k)
4. per nessun valore della coppia di parametri (h, k)

Domanda 6)
La funzione definita da $f(x) = \begin{cases} h\,x\ln(x) & \text{se} \quad x > 0 \\ k+x^3 & \text{se} \quad x \leq 0 \end{cases}$
appartiene a $C^0(\mathbb{R})$

1. per nessun valore dei parametri
2. per un solo valore della coppia di parametri (h, k)
3. se e solo se $h = k = 0$
4. per infiniti valori della coppia di parametri (h, k)

Domanda 7)
Quali delle seguenti affermazioni è corretta?

1. Una funzione con dominio $[0, 2]$ che non ha minimo non è continua
2. nessuna delle altre affermazioni è corretta
3. Una funzione con dominio $[0, 2]$ e discontinua in 1 che ha massimo non ha minimo.
4. Una funzione con dominio $(0, 2] \cup [4, 6]$ che non ha minimo non è continua

Domanda 8)
Sia $f : (-4, 7) \to \mathbb{R}$ una funzione continua che si annulla solo per $x = 1$ e tale che $f(-3) = 5$. Allora

1. f è positiva in $(-4, 1)$ e negativa in $(1, 7)$
2. f è limitata
3. è positiva in $(-4, 1)$
4. f è maggiore o uguale a zero in $(-4, 7)$

Domanda 9)
Enunciare il teorema di Weierstrass, secondo il seguente schema
Ipotesi
Tesi
motivare tutti i passaggi.

Domanda 10)
Enunciare il teorema degli zeri, secondo il seguente schema
Ipotesi
Tesi
motivare tutti i passaggi.

Domanda 11)
Considerare la funzione

$$f : x \mapsto \begin{cases} 3x & x \in [-3, 1] \\ \frac{2}{x} & x \in (1, 2]\,. \end{cases}$$

Posso applicare il teorema di Weierstrass per concludere che la funzione ha massimo? Motivare la risposta.
motivare tutti i passaggi.

Domanda 12)

Considerare la funzione

$$f : x \mapsto \begin{cases} 2x & x \in [-3, 1] \\ \frac{2}{x} & x \in (1, 2)\,. \end{cases}$$

Posso applicare il teorema di Weierstrass per concludere che la funzione ha massimo? Motivare la risposta.
motivare tutti i passaggi.

Domanda 13)
Sia f una funzione reale di una variabile reale, completare le ipotesi del seguente teorema (formulazione equivalente del teorema degli zeri).

Ipotesi 1. ......
Ipotesi 2. $f \in C^0(A)$
Ipotesi 3. $f(x) \neq 0$ per ogni $x \in A$
Tesi. $f(x_1)f(x_2) > 0$ per ogni $x_1, x_2 \in A$
motivare tutti i passaggi.

Domanda 14)
Completare la tesi del seguente teorema (formulazione equivalente del teorema degli zeri).
Ipotesi 1. f è continua nell'intervallo I
Ipotesi 2. f non ha zeri in I
Tesi. ......
motivare tutti i passaggi.

Soluzioni

1]	1 1 3 4 3	4 3 4
2]	2 3 2 3 1	3 3 4
3]	3 4 3 3 3	4 1 3