

Test a risposta multipla

Quesito 1) Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione integrabile secondo Riemann in $I = [a, b]$, e sia $F(x) := \int_a^x f(t) dt$, $x \in I$. Allora:

- 1) esiste $c \in (a, b)$ tale che $f(c) = F(b)/(b - a)$
- 2) se g è una primitiva di f in I , allora $F'(x) = g(x) - g(a)$, $x \in I$
- 3) se f è negativa in I , allora F è negativa in $(a, b]$
- 4) se f ha una discontinuità di salto, allora anche F ne ha una

Quesito 2) Sia $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione $C^1([0, 4])$ tale che la sua derivata si annulla solo per $x = 1/2$. Allora

- 1) se f ha massimo non può avere minimo
- 2) Se $f(0)$ è il minimo per f , allora $f(4)$ non è il massimo
- 3) nessuna delle altre risposte è giusta
- 4) f assume il massimo per $x = 1/2$

Quesito 3) L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $y = \arcsin\left(\frac{x-1}{2}\right)$ nel punto d'intersezione con l'asse x è

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) $x - 2y - 1 = 0$ | 2) $x - 2y + 1 = 0$ |
| 3) $x + 2y - 1 = 0$ | 4) $2x - y - 1 = 0$ |

Quesito 4) Calcolare, al variare di $n \in \mathbb{N}$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-4x^8}{(e^{x^2} - 1)^n}$

- 1) nessuna delle altre risposte è corretta
- 2) esistono infiniti $n \in \mathbb{N}$ per cui vale ∞
- 3) non esiste per nessun valore di n
- 4) non è mai finito e diverso da 0

Quesito 5) Il valore massimo della funzione $f(x) = x^2 e^{-x}$, $x \geq 0$, è

- 1) e^{-1}
- 2) nessuna delle altre risposte è corretta, la funzione non è limitata
- 3) $4e^{-2}$
- 4) $1/(4\sqrt{e})$

Quesito 6) Quale delle seguenti affermazioni sulla serie $\sum_{n \geq 3} 5a_n$ è corretta?

- 1) Se $\lim a_n = -1/2$, allora la serie è irregolare.
- 2) Se $\lim \frac{|a_{n-1}|}{|a_n|} = 1$, allora la serie non converge
- 3) Se $\lim \frac{|a_{n-1}|}{|a_n|} = 2$, allora la serie converge.
- 4) Se la serie è definitivamente a termini positivi e $\lim a_n = 1/2$, allora la serie è irregolare.

Quesito 7) Si consideri l'equazione differenziale $y' = \frac{y}{\cos(x)}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- 1) Ogni soluzione dell'equazione è un polinomio
- 2) L'equazione ammette soluzioni costanti non nulle
- 3) Se $f(x)$ è una soluzione non nulla dell'equazione differenziale, tutte le soluzioni sono del tipo $cf(x)$ con $c \in \mathbb{R}$.
- 4) Ogni soluzione dell'equazione si annulla infinite volte

Domande a risposta aperta

Quesito 8) Senza calcolare l'integrale disegnare il grafico della funzione definita da

$$f(x) = \int_1^x \frac{(t+1)(t+4)}{(t+2)} dt$$

In particolare specificare il dominio, l'esistenza di asintoti orizzontali e verticali e l'esistenza di massimi e minimi locali e globali

Motivare adeguatamente le risposte

Quesito 9) Applicare la sostituzione $t = \sin(x)$ per calcolare l'integrale $\int_{3\pi/2}^0 \cos(x) \sin(x) dx$ e interpretarlo in termini di aree.

Quesito 10) Usare la definizione di convergenza di una serie per stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ converge la serie geometrica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n}}{25^n}$$

Quesito 11) Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy, spiegandone i presupposti teorici.

$$\begin{cases} \ddot{x} = -4x \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$