n. **49** Matricola:

Nome: ,

Domanda 1) La funzione $(\sin(x))^2$

A) è dispari
B) non è né pari né dispari
C) è periodica di periodo $4\pi^2$
D) è pari

Domanda 2) L'immagine della funzione $f(x) = |2+x| - x$, $x \in \mathbb{R}$, è

A) il solo punto -2 B) l'insieme $\{x : |x| \geq 2\}$
C) la semiretta $[2, +\infty)$ D) tutto $\mathbb{R}$

Domanda 3) Calcolare, al variare di $n \in \mathbb{N}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin\left(e^{3x^8} - 1\right)}{x^{2n}}$$

A) esiste per ogni valore di n
B) nessuna delle altre risposte è corretta
C) non esiste per almeno un valore di n
D) non esiste per nessun valore di n

Domanda 4) Lo sviluppo di McLaurin di ordine 2 della funzione $f(x) = \sqrt{1+x} - e^{-x^2} - \sin(x/2)$ è dato da

A) $x + \frac{7}{8}x^2$ B) $\frac{7}{8}x^2$
C) $\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x^2$ D) $\frac{3}{4}x^2$

Domanda 5) Sia f la funzione data da

$$f(x) = \int_{x+1}^{x^2-x} \frac{1}{t} dt$$

Quale dei seguenti punti appartiene al dominio della funzione f? (Suggerimento: pensare agli x per cui è definito l'integrale)

A) $x = 4$ B) $x = \sqrt{3}/2$
C) $x = 5/12$ D) $x = -e^3/5$

Domanda 6) Si consideri la serie geometrica, dipendente dal parametro reale $x > 0$, data da

$$\sum_{k=7}^{\infty} 9^{-k} \left(\ln(x^3)\right)^{2k}.$$

Per quale dei seguenti valori di x la serie converge?

A) $x = 1/12$ B) $x = e^3$
C) $x = 3/2$ D) $x = e^{-5}$

Domanda 7) Sapendo che l'equazione differenziale $x'' + 4x' + 5x = \phi(t)$, $\phi \in C^0(\mathbb{R})$, ha come soluzione la funzione $\arctan(t)$, determinare quale delle seguenti funzioni è soluzione della stessa EDO.

A) $e^{-2t}\sin(t)$ B) $e^{-t}\sin(2t) + \arctan(t)$
C) $e^{2t}\cos(t) + \arctan(t)$ D) $e^{-2t}\cos(t) + \arctan(t)$

Matricola:

Nome:

n. 50

Domanda 1) Sia f la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x^3 \ln(x) & x > 0 \\ \arctan(x) & x \leq 0 \end{cases}$.

1. Per quali $x \in \mathbb{R}$, f è continua? Per quali è derivabile?
2. Supponendo noto il grafico di $x \mapsto \arctan(x)$, disegnare il grafico della funzione, non è necessario studiare la convessità.
3. Calcolare l'area della parte di piano compresa fra il grafico della funzione, l'asse x, l'asse y e la retta verticale $x = 1$.
4. Determinare dominio, eventuali asintoti verticali e orizzontali, eventuali punti di discontinuità, punti angolosi e cuspidi della funzione definita da $F(x) = \int_1^x f(t)dt$. Inoltre, senza calcolare l'integrale, determinare crescenza e decrescenza e disegnare il grafico di F.

Motivare le risposte

Domanda 2) Rispondere alle seguenti domande sulla serie, dipendente dal parametro reale $x > 0$, data da

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 x^k}{1+k}.$$

1. Dopo aver definito cosa significa che la serie $\sum_{k \geq 1} x_k$ converge assolutamente, provare che la serie è assolutamente convergente se $|x| < 1$.
2. Provare che la serie diverge se $x > 1$.
3. Provare che la serie non converge se $x = -1$.
4. Provare che la serie non converge se $x < -1$.