Domande a risposta aperta della prova del 9/07/12

July 26, 2012

1 Domanda 5

1.0.1: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 1$ della funzione $\cos(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 25 della funzione $f(x) = \cos(x^5)$ e determinare $D^{24}f(0)$.

R 1.0.1.1: Motivare la risposta

1.0.2: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 2$ della funzione $\sin(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 26 della funzione $f(x) = \sin(x^5)$ e determinare $D^{25}f(0)$.

R 1.0.2.1: Motivare la risposta

1.0.3: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine n della funzione e^x, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 22 della funzione $f(x) = e^{(x^6)}$ e determinare $D^{21}f(0)$.

R 1.0.3.1: Motivare la risposta

1.0.4: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine 2 della funzione $\frac{1}{(1+x)^2}$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 6 della funzione $f(x) = \frac{2+x^2}{(1-x^3)^2}$ e determinare $D^5 f(0)$.

R 1.0.4.1: Motivare la risposta

1.0.5: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 1$ della funzione $\cos(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 20 della funzione $f(x) = \frac{1-\cos(x^5)}{x^3}$ e determinare $D^{17} f(0)$.

R 1.0.5.1: Motivare la risposta

1.0.6: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 1$ della funzione $\sin(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 20 della funzione $f(x) = \frac{\sin(x^5)}{x^3}$ e determinare $D^{17} f(0)$.

R 1.0.6.1: Motivare la risposta

1.0.7: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 1$ della funzione $\cos(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 28 della funzione $f(x) = \cos(x^6)$ e determinare $D^{24} f(0)$.

R 1.0.7.1: Motivare la risposta

1.0.8: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 2$ della funzione $\sin(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 36 della funzione $f(x) = \sin(x^7)$ e determinare $D^{36} f(0)$.

R 1.0.8.1: Motivare la risposta

1.0.9: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine n della funzione e^x, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 27 della funzione $f(x) = e^{(x^8)}$ e determinare $D^{24} f(0)$.

R 1.0.9.1: Motivare la risposta

1.0.10: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine 2 della funzione $\frac{1}{(1+x)^4}$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 8 della funzione $f(x) = \frac{1+x^2}{(1-x^4)^2}$ e determinare $D^5 f(0)$.

R 1.0.10.1: Motivare la risposta

1.0.11: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 1$ della funzione $\cos(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 20 della funzione $f(x) = \frac{1-\cos(x^5)}{x}$ e determinare $D^{19} f(0)$.

R 1.0.11.1: Motivare la risposta

1.0.12: Punti 4

Scrivere l'approssimazione di McLaurin di ordine $2n + 1$ della funzione $\sin(x)$, usarla per calcolare l'approssimazione di ordine 12 della funzione $f(x) = \frac{\sin(x^3)}{x^3}$ e determinare $D^{10}f(0)$.

R 1.0.12.1: Motivare la risposta

---

2 Domanda 6

2.0.13: Punti 4

Enunciare il teorema della media integrale per una funzione $f \in C^1([3, 15])$

R 2.0.13.1: Motivare la risposta

2.0.14: Punti 4

Enunciare il teorema fondamentale del calcolo per una funzione $f \in C^1((3, 15))$

R 2.0.14.1: Motivare la risposta

2.0.15: Punti 4

Enunciare il teorema fondamentale del calcolo per una funzione $f \in C^1((3, +\infty))$

R 2.0.15.1: Motivare la risposta

2.0.16: **Punti 4**

Enunciare il teorema di Weierstrass

R 2.0.16.1: Motivare la risposta

2.0.17: **Punti 4**

Enunciare il teorema di Fermat

R 2.0.17.1: Motivare la risposta

2.0.18: **Punti 4**

Enunciare la regola di derivazione della composizione di due funzioni

R 2.0.18.1: Motivare la risposta

2.0.19: **Punti 4**

Enunciare il teorema fondamentale del calcolo per una funzione $f \in C^1((-\infty, 3))$

R 2.0.19.1: Motivare la risposta

2.0.20: Punti 4
Enunciare il principio del confronto asintotico per l'integrale improprio sulla semiretta per due funzioni positive e continue su $[3, +\infty]$

R 2.0.20.1: Motivare la risposta

2.0.21: Punti 4
Sia f una funzione definita e continua in $[-23, 15]$. Fra quali punti si devono ricercare i punti di massimo e minimo assoluto per f?

R 2.0.21.1: Motivare la risposta

2.0.22: Punti 4
Enunciare la proprietà di additività rispetto all'intervallo per l'integrale di Riemann.

R 2.0.22.1: Motivare la risposta

2.0.23: Punti 4
Enunciare la proprietà di linearità rispetto alla funzione per l'integrale di Riemann.

R 2.0.23.1: Motivare la risposta

---

3 Domanda 7

3.0.24: Rispondere ai seguenti punti sulla funzione definita da $f(x) = \begin{cases} (x-3)e^x & x > 0 \\ -3x & x \leq 0 \end{cases}$

1. Per quali $x \in \mathbb{R}$, f è continua? Per quali è derivabile?
2. Disegnare il grafico di f, non è necessario studiare la convessità.
3. Determinare dominio, eventuali asintoti verticali e orizzontali, eventuali punti di discontinuità, punti angolosi e cuspidi della funzione definita da $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.
4. Senza calcolare l'integrale, disegnare il grafico della funzione F.

Motivare le risposte

R 3.0.24.1: Motivare le risposte

3.0.25: Sia f la funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2-4}{(x+1)^4}$.

1. Usare le equivalenze asintotiche con gli infiniti e gli infinitesimi di riferimento per determinare i limiti nei punti di frontiera del dominio e dedurne l'esistenza di asintoti orizzontali, verticali.
2. Usare le proprietà delle funzioni continue ed il punto precedente per determinare il segno della funzione.
3. Disegnare il grafico della funzione, non è necessario studiare la convessità.
4. Rispondere ai seguenti quesiti sulla funzione F definita da $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.
   (a) Determinare il dominio di F.
   (b) Determinare eventuali asintoti verticali ed orizzontali di F
   (c) Senza calcolare l'integrale, determinare crescenza e decrescenza e disegnare il grafico di F

Motivare le risposte

R 3.0.25.1: Motivare la risposta

3.0.26: Sia f la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^3} & x \leq -2 \\ \arctan(x+2) & x > -2 \end{cases}$.

1. Per quali $x \in \mathbb{R}$, f è continua? Per quali è derivabile?
2. Disegnare il grafico della funzione, non è necessario studiare la convessità.
3. Rispondere ai seguenti quesiti sulla funzione F definita da $F(x) = \int_1^x f(t)dt$.
   (a) Determinare il dominio di F.
   (b) Determinare l'esistenza di asintoti verticali ed orizzontali di F
   (c) Senza calcolare l'integrale, determinare crescenza e decrescenza e disegnare il grafico di F

Motivare le risposte

R 3.0.26.1: Motivare la risposta