Domande a risposta aperta della prova del 27/06/12

July 26, 2012

---

1 Domanda 5

1.0.1: Punti 4

Enunciare il Teorema di Cauchy per le EDO lineari del primo ordine.

R 1.0.1.1: Motivare la risposta

1.0.2: Punti 4

Enunciare il Teorema di Cauchy per le EDO lineari del secondo ordine.

R 1.0.2.1: Motivare la risposta

1.0.3: Punti 4

Enunciare il Teorema di Cauchy per le EDO lineari del terzo ordine.

R 1.0.3.1: Motivare la risposta

1.0.4: Punti 4

Descrivere la struttura dell'insieme delle soluzioni di una EDO lineare del secondo ordine.

R 1.0.4.1: Motivare la risposta

1.0.5: Punti 4

Descrivere la struttura dell'insieme delle soluzioni di una EDO lineare del terzo ordine

R 1.0.5.1: Motivare la risposta

---

2 Domanda 6

2.0.6: Punti 4

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^∞ e sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $F(x, y) = f(x + 2y) + f(x - 2y)$. Calcolare $(F_{yy} - 3F_{xx})(x, y)$.

R 2.0.6.1: Motivare la risposta

2.0.7: Punti 4
Enunciare il teorema degli zeri per una funzione di due variabili.

R 2.0.7.1: Motivare la risposta

2.0.8: Punti 4
Sia $f(x, y) = \cos(xy)\ln(3 - x)$, verificare che l'equazione $f(x, y) = \ln(3)$ definisce, in un intorno dell'origine, una funzione implicita del tipo $x = \psi(y)$ e determinare l'approssimazione del primo ordine di ψ.

R 2.0.8.1: Motivare la risposta

2.0.9: Punti 4
Sia A aperto di $\mathbb{R}^2$ e $f \in C^\infty(A)$. Enunciare le condizioni necessarie del secondo ordine affinché un punto $P \equiv (x_0, y_0) \in A$ sia un punto di massimo relativo per f.

R 2.0.9.1: Motivare la risposta

2.0.10: Punti 4
Sia A aperto di $\mathbb{R}^2$ e $f \in C^\infty(A)$. Enunciare le condizioni sufficienti del secondo ordine affinché un punto $P \equiv (x_0, y_0) \in A$ sia un punto di massimo relativo per f.

R 2.0.10.1: Motivare la risposta

2.0.11: Punti 4

Sia $f(x,y) = \cos(xy)\ln(3-y)$, verificare che l'equazione $f(x,y) = \ln(3)$ definisce, in un intorno dell'origine, una funzione implicita del tipo $y = \phi(x)$ e determinare l'approssimazione del primo ordine di ϕ.

R 2.0.11.1: Motivare la risposta

2.0.12: Punti 4

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^∞ e sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $F(x,y) = f(2x+y) + f(x-2y)$. Calcolare $(F_{yy} - F_{xx})(x,y)$.

R 2.0.12.1: Motivare la risposta

2.0.13: Punti 4

Sia A aperto di $\mathbb{R}^2$ e $f \in C^\infty(A)$. Enunciare le condizioni necessarie del secondo ordine affinché un punto $P \equiv (x_0, y_0) \in A$ sia un punto di minimo relativo per f.

R 2.0.13.1: Motivare la risposta

2.0.14: Punti 4

Sia A aperto di $\mathbb{R}^2$ e $f \in C^\infty(A)$. Enunciare le condizioni sufficienti del secondo ordine affinché un punto $P \equiv (x_0, y_0) \in A$ sia un punto di minimo relativo per f.

R 2.0.14.1: Motivare la risposta

---

3 Domanda 7

3.0.15: Si consideri l'equazione differenziale

$$\ddot{x}(t) - 4\dot{x}(t) + 4x(t) = 4\mathrm{e}^{-2t}.$$

1. Determinare tutte e sole le soluzioni dell'equazione;
2. individuare, se esistono, tutte e sole le soluzioni dell'equazione differenziale, il cui grafico, $x = \phi(t)$, è tangente alla retta $x = 0$, nel punto $(0, \phi(0)$;
3. individuare, se esistono, tutte e sole le soluzioni dell'equazione omogenea associata il cui grafico $x = \phi(t)$ ha come tangente in qualche punto la retta $x = 0$; in caso affermativo determinare in quale punto (o quali punti).

Motivare adeguatamente la risposta
R 3.0.15.1: Motivare la risposta

3.0.16: Si consideri l'equazione differenziale

$$\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 4x(t) = 2\mathrm{e}^{2t}.$$

1. Determinare tutte e sole le soluzioni dell'equazione;
2. individuare, se esistono, tutte e sole le soluzioni dell'equazione differenziale, il cui grafico, $x = \phi(t)$, è tangente alla retta $x = 0$, nel punto $(0, \phi(0)$;
3. individuare, se esistono, tutte e sole le soluzioni dell'equazione omogenea associata il cui grafico $x = \phi(t)$ ha come tangente in qualche punto la retta $x = 0$; in caso affermativo determinare in quale punto (o quali punti).

Motivare adeguatamente la risposta
R 3.0.16.1: Motivare la risposta

3.0.17: Determinare tutte e sole le soluzioni dell'quazione differenziale

$$y'(x) = \frac{|x-1|}{x} y(x)$$

il cui dominio contenga il punto $x_0 = 2$ e si dica su quale insieme sono soluzione dell'equazione differenziale.

Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{|x-1|}{x} y(x) \\ y(2) = 8 \end{cases}$$

ed il suo dominio. **Motivare adeguatamente la risposta**
R 3.0.17.1: Motivare la risposta

3.0.18: Determinare tutte e sole le soluzioni dell'quazione differenziale

$$y'(x) = \frac{-|x-1|}{x} y(x)$$

il cui dominio contenga il punto $x_0 = 2$ e si dica su quale insieme sono soluzione dell'equazione differenziale.

Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{-|x-1|}{x} y(x) \\ y(2) = 4 \end{cases}$$

ed il suo dominio. **Motivare adeguatamente la risposta**
R 3.0.18.1: Motivare la risposta

---

4 Domanda 8

4.0.19:

1. Usare il teorema degli zeri per le funzioni di due variabili per determinare l'insieme

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon\ |x| \leq 1,\ |x + y| \leq 1\}$$

   e disegnarlo.

2. Sia $f \colon (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto y - x^2 \in \mathbb{R}$. Giustificare l'esistenza di massimo e minimo di f vincolato a D.

3. Calcolare il massimo e il minimo di f vincolato a D

4. Spiegare perchè mediante il punto precedente è possibile determinare $f(D)$ e calcolarlo.

Motivare adeguatamente la risposta

R 4.0.19.1: Motivare la risposta

4.0.20:

1. Usare il teorema degli zeri per le funzioni di due variabili per determinare l'insieme

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon\ |y| \leq 1,\ |x| - |y| \leq 1\}$$

   e disegnarlo.

2. Sia $f \colon (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto x - y^2 \in \mathbb{R}$. Giustificare l'esistenza di massimo e minimo di f vincolato a D.

3. Calcolare il massimo e il minimo di f vincolato a D

4. Spiegare perchè mediante il punto precedente è possibile determinare $f(D)$ e calcolarlo.

Motivare adeguatamente la risposta

R 4.0.20.1: Motivare la risposta