Esercizi della prova del 25/06/12

June 27, 2012

Le domande 5 e 6 sono le stesse date nella prova intercorso del 12/04/12 e sono già in rete.

---

1 Esercizio n.7

1.1 esercizioFneInt1A2 (Q/R:)

1.1.1:

1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$, considerare la funzione reale di variabile reale f_n definita da $f_n(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{t^3 - 1}{t^n}$ e, al variare di n, rispondere ai seguenti quesiti.
   (a) Spiegare quale condizione sufficiente per l'esistenza dell'integrale di Riemann permette di determinare il dominio di f_n e calcolarlo.
   (b) Enunciare il criterio del confronto asintotico per gli integrali impropri e usarlo per stabilire per quali n la funzione ammette asintoto orizzontale o verticale.
   (c) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo per le funzioni continue su intervalli e usarlo per determinare crescenza, decrescenza, esistenza di massimi e minimi locali e globali.
   (d) Senza calcolare l'integrale disegnare il grafico di f_n al variare di n.

R 1.1.1.1: Motivare la risposta

1.2 esercizioFneInt2A2 (Q/R:)

1.2.1:

1. Definire il significato di *primitiva di una funzione su un intervallo*, spiegare perché ogni funzione continua su un intervallo ammette primitive e descrivere l'insieme delle sue primitive.

2. La funzione f definita da
$$f(x) = \begin{cases} (x-2)e^{-3x} & \text{se } x \geq 0 \\ 1 + \cos(x) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$
ammette primitive su $\mathbb{R}$? Perché?

3. Senza calcolare l'integrale, disegnare il grafico della funzione F definita da $F(x) = \int_1^x f(t)dt$, specificando dominio, insieme di continuità, crescenza, decrescenza, eventuali asintoti orizzontali e verticali.

4. La funzione F ha flessi a tangente orizzontale? Perché?

5. Calcolare $F(-2)$.

6. Calcolare l'area della parte di piano compresa fra il grafico di f, l'asse x e le rette verticali $x = -\pi$ e $x = 2$

R 1.2.1.1: Motivare la risposta

1.3 esercizioFneInt3A2 (Q/R:)

1.3.1: Considerare la funzione definita da $f(x) = \dfrac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$ e rispondere ai seguenti punti sulla funzione definita da $H(x) = \displaystyle\int_0^{x^3} f(t)\,dt$. Si consiglia di introdurre la funzione integrale di f con primo estremo di integrazione uguale a 0

1. Determinare il dominio di H, dando adeguate giustificazioni.
2. Spiegare come, usando la regola di derivazione della funzione composta e il teorema fondamentale del calcolo, si può determinare la derivata di H e calcolarla.
3. Usando il cambiamento di variabile $y = x^3$ e il criterio del confronto asintotico per gli integrali impropri, stabilire l'esistenza di asintoti orizzontali e verticali.
4. Disegnare il grafico della funzione H.
5. Scrivere l'approssimazione di Mclaurin di ordine 1 di f e usarla per calcolare, prima l'approssimazione di McLaurin di H' di ordine 5, poi quella di H di ordine 6.

R 1.3.1.1: Motivare la risposta

1.4 esercizioFneInt1bisA2 (Q/R:)

1.4.1:

1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$, considerare la funzione reale di variabile reale f_n definita da $f_n(x) = \displaystyle\int_3^x \frac{t^5 - 1}{t^n}$ e, al variare di n, rispondere ai seguenti quesiti.
   (a) Spiegare quale condizione sufficiente per l'esistenza dell'integrale di Riemann permette di determinare il dominio di f_n e calcolarlo.
   (b) Enunciare il criterio del confronto asintotico per gli integrali impropri e usarlo per stabilire per quali n la funzione ammette asintoto orizzontale o verticale.
   (c) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo per le funzioni continue su intervalli e usarlo per determinare crescenza, decrescenza, esistenza di massimi e minimi locali e globali.
   (d) Senza calcolare l'integrale disegnare il grafico di f_n al variare di n.

R 1.4.1.1: Motivare la risposta

1.5 esercizioFneInt2bisA2 (Q/R:)

1.5.1:

1. Definire il significato di *primitiva di una funzione su un intervallo*, spiegare perché ogni funzione continua su un intervallo ammette primitive e descrivere l'insieme delle sue primitive.
2. La funzione f definita da
$$f(x) = \begin{cases} (x-5)e^{-4x} & \text{se } x \geq 0 \\ 1+\sin(x) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$
ammette primitive su $\mathbb{R}$? Perché?
3. Senza calcolare l'integrale, disegnare il grafico della funzione F definita da $F(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt$, specificando dominio, insieme di continuità, crescenza, decrescenza, eventuali asintoti orizzontali e verticali.
4. La funzione F ha flessi a tangente orizzontale? Perché?
5. Calcolare $F(-2)$.
6. Calcolare l'area della parte di piano compresa fra il grafico di f, l'asse x e le rette verticali $x = -\pi$ e $x = 2$

R 1.5.1.1: Motivare la risposta

1.6 esercizioFneInt3bisA2 (Q/R:)

1.6.1: Considerare la funzione definita da $f(x) = \dfrac{(x-1)}{(x+1)^4}$ e rispondere ai seguenti punti sulla funzione definita da $H(x) = \displaystyle\int_0^{x^5} f(t)\,dt$. Si consiglia di introdurre la funzione integrale di f con primo estremo di integrazione uguale a 0

1. Determinare il dominio di H, dando adeguate giustificazioni.
2. Spiegare come, usando la regola di derivazione della funzione composta e il teorema fondamentale del calcolo, si può determinare la derivata di H e calcolarla.
3. Usando il cambiamento di variabile $y = x^5$ e il criterio del confronto asintotico per gli integrali impropri, stabilire l'esistenza di asintoti orizzontali e verticali.
4. Disegnare il grafico della funzione H.
5. Scrivere l'approssimazione di Mclaurin di ordine 1 di f e usarla per calcolare prima l'approssimazione di McLaurin di H' di ordine 9 e poi quella di H di ordine 10.

R 1.6.1.1: Motivare la risposta