1 Esercizi del VI appello - ICI - 24/02/13

1.1 esercizioFniIntII (Q/R:)

1.1.1: Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} (x-3)e^{-x} & x > 0 \\ \frac{1}{1-x} & x \leq 0 \end{cases}$.
Non è necessario studiare la convessità e si può considerare noto il grafico di $x \mapsto \frac{1}{1-x}$.

Inoltre rispondere alle seguenti domande sulla funzione di due variabili $G(x, y) = \displaystyle\int_0^{x^2-y^2} f(t)\,dt$.

1. Scrivere G mediante la funzione F definita da $F(t) = \displaystyle\int_0^t f(s)\,ds$, e determinare per quali $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ posso applicare la regola della derivazione di funzioni composte.
2. Determinarare le derivate parziali prime e seconde di G, dove è possibile, usando il punto precedente.
3. Dopo aver giustificato il fatto che l'iperbole $x^2 - y^2 = 1$ è una linea di livello per G, si calcoli il valore di G su tale linea e si determini l'equazione del piano tangente al grafico di G, nel punto $P \equiv (-1, 0, G(-1, 0))$

Motivare adeguatamente le risposte
R 1.1.1.1: Motivare la risposta

1.1.2: Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} x^3 \ln(x) + 3 & x > 0 \\ \arctan(x) & x \leq 0 \end{cases}$.
Non è necessario studiare la convessità e si può considerare noto il grafico di $x \mapsto \arctan(x)$.

Inoltre rispondere alle seguenti domande sulla funzione di due variabili $G(x, y) = \displaystyle\int_0^{x^2-y^2} f(t)\,dt$.

1. Scrivere G mediante la funzione F definita da $F(t) = \displaystyle\int_0^t f(s)\,ds$, e determinare per quali $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ posso applicare la regola della derivazione di funzioni composte.
2. Determinarare le derivate parziali prime e seconde di G, dove è possibile, usando il punto precedente.
3. Dopo aver giustificato il fatto che l'iperbole $x^2 - y^2 = -1$ è una linea di livello per G, si calcoli il valore di G su tale linea e si determini l'equazione del piano tangente al grafico di G, nel punto $P \equiv (0, -1, G(0, -1))$

Motivare adeguatamente le risposte
R 1.1.2.1: Motivare la risposta

1.1.3: Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} (x-3)e^{-x} & x > 0 \\ \frac{1}{1-x} & x \leq 0 \end{cases}$.
Non è necessario studiare la convessità e si può considerare noto il grafico di $x \mapsto \frac{1}{1-x}$.

Inoltre rispondere alle seguenti domande sulla funzione di due variabili $G(x, y) = \displaystyle\int_0^{xy} f(t)\,dt$.

1. Scrivere G mediante la funzione F definita da $F(t) = \displaystyle\int_0^t f(s)\,ds$, e determinare per quali $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ posso applicare la regola della derivazione di funzioni composte.
2. Determinarare le derivate parziali prime e seconde di G, dove è possibile, usando il punto precedente.
3. Dopo aver giustificato il fatto che l'iperbole $xy = 1$ è una linea di livello per G, si calcoli il valore di G su tale linea e si determini l'equazione del piano tangente al grafico di G, nel punto $P \equiv (-1, -1, G(-1, -1))$

Motivare adeguatamente le risposte
R 1.1.3.1: Motivare la risposta

1.1.4: Disegnare il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} x^3 \ln(x) - 3 & x > 0 \\ \arctan(x) & x \le 0 \end{cases}$.
Non è necessario studiare la convessità e si può considerare noto il grafico di $x \mapsto \arctan(x)$.

Inoltre rispondere alle seguenti domande sulla funzione di due variabili $G(x, y) = \displaystyle\int_0^{x^2-y} f(t)\, dt$.

1. Scrivere G mediante la funzione F definita da $F(t) = \displaystyle\int_0^t f(s)\, ds$, e determinare per quali $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ posso applicare la regola della derivazione di funzioni composte.
2. Determinarare le derivate parziali prime e seconde di G, dove è possibile, usando il punto precedente.
3. Dopo aver giustificato il fatto che la parabola $x^2 - y = -1$ è una linea di livello per G, si calcoli il valore di G su tale linea e si determini l'equazione del piano tangente al grafico di G, nel punto $P \equiv (-1, 0, G(-1, 0))$

Motivare adeguatamente le risposte
R 1.1.4.1: Motivare la risposta

1.2 esercizioEdoA6 (Q/R:)

1.2.1: Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + x(t) = 0 \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 3\,. \end{cases}$$

Motivare adeguatamente la risposta
R 1.2.1.1: Motivare la risposta

1.2.2: Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) - 4\dot{x}(t) + x(t) = 0 \\ x(0) = 3 \\ \dot{x}(0) = 0\,. \end{cases}$$

Motivare adeguatamente la risposta
R 1.2.2.1: Motivare la risposta

1.2.3: Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) + 4x(t) = 0 \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 3\,. \end{cases}$$

Motivare adeguatamente la risposta
R 1.2.3.1: Motivare la risposta

1.2.4: Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) - 4x(t) = 0 \\ x(0) = 3 \\ \dot{x}(0) = 0\,. \end{cases}$$

Motivare adeguatamente la risposta
R 1.2.4.1: Motivare la risposta