

Corso di Laurea in Ingegneria Civile
Analisi Matematica I (12 CFU)
Programma per l'Anno Accademico 2011/12
prof. G. Stefani

Introduzione

Nel corso di Analisi Matematica I saranno svolti gli argomenti base del calcolo differenziale ed integrale delle funzioni reali di una variabile reale, del calcolo differenziale delle funzioni di più variabili e delle equazioni differenziali lineari. Oltre all'apprendimento dei precedenti argomenti, lo scopo del corso è familiarizzare lo studente col linguaggio matematico e col ragionamento logico deduttivo. Il corso consiste in una parte teorica e in una parte di esercizi, che devono essere intesi come test di apprendimento della teoria.

Il corso richiede i prerequisiti che sono contenuti nel programma del corso di recupero per chi non ha passato il test per gli "obblighi formativi aggiuntivi" (OFA). Per comodità dello studente riportiamo gli argomenti nella seguente sezione.

Prerequisiti

Teoria degli insiemi. Logica. Linguaggio e simbolismo della Matematica. Insiemi numerici: insiemi dei numeri naturali, interi, razionali e loro proprietà. Cenni sull'insieme dei numeri reali con riferimento alla corrispondenza biunivoca coi punti della retta. Polinomi: divisione col resto, radici. Equazioni algebriche: generalità, equazioni di primo e secondo grado. Disequazioni algebriche di primo e secondo grado. Trigonometria: definizione delle funzioni trigonometriche e loro grafici, proprietà, relazioni fondamentali tra le funzioni trigonometriche, formule di addizione, bisezione. Equazioni e disequazioni trigonometriche. Potenze con esponente naturale e loro proprietà. Definizione di potenza con esponente intero e razionale. Cenni sull'esistenza della radice n-esima aritmetica dei numeri reali positivi. Funzioni potenza e loro grafici. Esponenziale e logaritmo e loro grafici. Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche. Valore assoluto: definizione e proprietà. Equazioni e disequazioni con valore assoluto. Equazioni e disequazioni irrazionali. Richiami di geometria elementare e di geometria analitica nel piano. Equazione della retta e della circonferenza, casi semplici di equazioni della parabola, dell'iperbole e dell'ellisse. Sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 , esempi di disequazioni in due variabili.

Programma

Il programma contiene gli argomenti di massima su cui gli studenti devono essere preparati, un elenco più dettagliato si trova nel "Registro delle lezioni".

Numeri reali e linguaggio

Numeri naturali, interi, razionali, reali, allineamenti decimali. Valore assoluto e distanza. Intervalli. Estremo superiore (inferiore), massimo (minimo) di un insieme. Proprietà di completezza dei numeri reali. Notazioni insiemistiche, quantificatori, implicazioni, condizioni necessarie e condizioni sufficienti.

Funzioni reali di una variabile reale

Definizione, immagine, grafico e sue proprietà, convenzione sul dominio. Restrizione di una funzione. Estremo superiore (inferiore), massimo (minimo), punto di massimo (minimo). Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche. Funzioni invertibili, funzioni inverse. Funzioni

composte e loro proprietà. Grafici delle funzioni elementari. Funzioni monotone, pari, dispari, periodiche. Operazioni sui grafici. Funzioni definite a tratti.

Continuità di funzioni definite su intervalli

Definizione di funzione continua in un punto e in un insieme. Continuità delle funzioni elementari. Continuità di somma, prodotto, quoziente e della composizione. Continuità a destra e sinistra, estensione per continuità. Teorema degli zeri e del valore intermedio. Teorema di Weierstrass (senza dimostrazione). Continuità della funzione inversa (senza dimostrazione).

Calcolo differenziale delle funzioni di una variabile definite su intervalli

Rapporto incrementale e suo significato geometrico. Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica ed in termini di approssimazione. Retta tangente. Derivabilità e continuità. Derivata destra e sinistra, punti angolosi, cuspidi, punti a tangente verticale. Funzione derivata e derivate di ordine superiore. Derivata delle funzioni elementari (senza dimostrazione). Proprietà delle derivate: somma, prodotto, differenza, quoziente. Derivata della composizione o regola della catena. Derivata della funzione inversa e interpretazione geometrica. Teorema di Fermat, punti critici. Esistenza e calcolo degli estremi locali e globali di funzioni definite sugli intervalli. Teoremi di Rolle e Lagrange. Primitive. Funzioni convesse (concave) e loro relazione con le derivate prime e seconde. Grafici delle funzioni. Approssimazione di Taylor con resto in forma di Peano (senza dimostrazione). Parte principale.

Limiti delle funzioni reali di una variabile reale

L'insieme dei reali estesi, intorni, punti di accumulazione. Definizione di limite. Unicità del limite, teoremi del confronto e della permanenza del segno. Asintoti orizzontali e verticali. Limiti delle funzioni elementari (senza dimostrazione). Algebra dei limiti e forme indeterminate. Limite della composizione e cambiamento di variabile. Limiti notevoli (senza dimostrazione). Infinitesimi, infiniti e loro confronto. Ordine di infinitesimo e infinito. Algebra degli *o piccolo*. Calcolo dei limiti: teorema di de L'Hôpital (senza dimostrazione), applicazione dell'approssimazione di Taylor al calcolo dei limiti.

Integrali delle funzioni reali di una variabile reale

Il concetto di area di figure piane. Definizione di funzione integrabile secondo Riemann e di integrale di Riemann. Relazione fra integrale e area. Classi di funzioni integrabili sull'intervallo $[a, b]$ (senza dimostrazione). Proprietà dell'integrale (senza dimostrazione). Integrale orientato. Funzioni integrali: definizione e loro continuità. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo (dimostrazione solo per le funzioni continue). Formula fondamentale del calcolo integrale. Ricerca delle primitive: integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali (con denominatore di grado ≤ 2). Area della parte di piano compresa fra il grafico di due funzioni. Integrabilità in senso improprio e assoluta integrabilità sulla semiretta e su un intervallo. Integrale improprio degli infiniti e infinitesimi di riferimento $1/x^r$. Criterio del confronto e del confronto asintotico per gli integrali impropri di funzioni positive.

Equazioni differenziali

Equazioni differenziali lineari del primo e secondo ordine: definizione di soluzione e struttura delle soluzioni, teorema di Cauchy (senza dimostrazione), metodi per la ricerca delle soluzioni.

Gli spazi euclidei

Elementi di topologia di \mathbb{R}^n . Coordinate cartesiane e polari nel piano euclideo. Coordinate cartesiane, cilindriche e sferiche nello spazio euclideo tridimensionale. Insiemi di livello.

Curve

Funzioni vettoriali di una variabile reale. Curve parametriche, vettore tangente.

Funzioni reali di due o più variabili reali

Limiti e continuità. Teorema degli zeri e di Weirstrass. Derivate parziali, derivate successive. Teorema di Schwarz (senza dimostrazione). Approssimazione lineare e differenziabilità, (iper)piani tangenti e versori normali. Gradiente e derivate direzionali. Matrice hessiana. Funzioni convesse e concave. Massimi e minimi liberi, condizioni del primo e secondo ordine. Approssimazione di Taylor e suo calcolo mediante quella per funzioni di una variabile. Funzioni da \mathbb{R}^n in \mathbb{R}^m , matrice jacobiana, composizione e regola della catena. Determinante Jacobiano e teorema di inversione locale (senza dimostrazione). Teorema della funzione implicita (senza dimostrazione) con applicazioni allo studio delle linee e superfici di livello. Ricerca degli estremi vincolati delle funzioni di due e tre variabili. Moltiplicatori di Lagrange (cenni).

Testi consigliati

- Bertsch - Dal Passo - Giacomelli, *Analisi Matematica*, seconda edizione, McGraw-Hill.
- Giaquinta - Modica, *Note di Analisi Matematica: Funzioni di una variabile e Funzioni di più variabili*, Pitagora.
- Adams, *Calcolo Differenziale 1 e 2*, Ambrosiana.
- Bramanti, Pagani, Salsa, *Matematica Calcolo infinitesimale e Algebra lineare*, seconda edizione, Zanichelli.
- Bramanti - Pagani - Salsa, *Analisi Matematica 1*, Zanichelli.
- Anichini - Conti, *Calcolo 1, Funzioni di una variabile e Calcolo 3, Funzioni di più variabili e modelli matematici*, Pitagora.
- Benevieri, *Esercizi di Analisi Matematica 1*, De Agostini.
- Salsa - Squellati, *ESERCIZI di MATEMATICA 1, calcolo infinitesimale e algebra lineare* - Zanichelli
- Marcellini - Sbordone, *Esercitazioni di Matematica 1 e 2*, Liguori.