–

– Appello –

–

Compito n. **1**

Risposte										
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Domanda 1)
Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione differenziabile e siano α e β due curve definite da $\alpha(t)=(\sin(4t),e^{5t})$ e $\beta(t)=(2-2\cos(t),1+3t^2)$. Sapendo che $\frac{d}{dt}(f\circ\alpha)(0)=-2$ e che $\frac{d}{dt}(f\circ\beta)(0)=0$, calcolare, se possibile, $\nabla f(0,1)$.

1. $\nabla f(0,1)$ può assumere infiniti valori che sono soluzioni di una equazione lineare omogenea
2. $\nabla f(0,1)$ può assumere infiniti valori che sono soluzioni di una equazione lineare non omogenea
3. Nessuna delle altre risposte è giusta
4. Non esiste una funzione f con le proprietà richieste

Domanda 2)
Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=\cos(2x)$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $g(y)=e^{4y}$ e $h:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definita da $h(x,y,z)=zf(x)+zg(y)-2z$. Determinare il polinomio di McLaurin di ordine 3 di h.

1. $4yz-2x^2z+8y^2z$
2. $1-2z+4yz-2x^2z+8y^2z$
3. $4yz-2x^2z+4y^2z$
4. $z+4yz-2x^2z+8y^2z$

Domanda 3)
Sia ϕ la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''+10y'+25y=0\\ y(0)=0\\ y'(0)=1\end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. $\lim_{x\to-\infty}\phi(x)=+\infty$
2. $\phi(x)=xe^{-5x}$
3. non esiste $\lim_{x\to-\infty}\phi(x)$
4. nessuna delle altre risposte è giusta

Domanda 4)
Data la funzione definita da $f(x,y,z)=(7+xy)^{2z}-2\ln(7)z$, allora

1. l'origine non è un punto di massimo locale per f
2. le condizioni del secondo ordine permettono di stabilire che l'origine è un punto di sella
3. nessuna delle altre risposte è giusta
4. le condizioni del secondo ordine permettono di stabilire che l'origine è un punto di minimo locale

Domanda 5)
Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y)=10x-8y$ e D l'insieme definito da $\{(x,y):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. f ha minimo ma non ha massimo vincolato a D.
2. f non ha massimo vincolato a D
3. f ha due punti di minimo vincolato a D
4. f ha un solo punto di massimo vincolato a D

Domanda 6)
Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(\xi)=\sin(\xi)$ e $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da $g(x,y)=f(x^2+y^2)$. L'insieme di livello $g(x,y)=k$

1. nessuna delle altre affermazioni è giusta
2. è, per $k<0$, l'insieme vuoto
3. è, per $k<-1$, l'insieme vuoto
4. è, per $k=0$, un punto

Domanda 7)
Sia $f:D_f\subset\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ la trasformazione definita da

$$\begin{cases} x= & \ln(3u^2+4v^2)\\ y= & \arctan(\frac{4u}{v})\end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. Nessuna delle altre risposte è giusta
2. f è localmente invertibile in $P\equiv(u_0,v_0)\in D_f$ se e solo se $v_0=\pm u_0$
3. f è localmente invertibile in ogni $P\equiv(u_0,v_0)\in D_f$
4. f è localmente invertibile in $P\equiv(u_0,v_0)\in D_f$ se e solo se $v_0\neq u_0$

Domanda 8)
Sia f la funzione definita da $f(x,y)=e^{2y}+4e^{xy}+10x^2$ e sia $P\equiv(\frac{-1}{2},0)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. a linea di livello $f(x,y)=f(P)$ è tangente in P alla retta di equazione $x=\frac{-1}{2}$
2. la linea di livello $f(x,y)=f(P)$ è tangente in P alla retta di equazione $-10(x+\frac{1}{2})+2y=0$
3. a linea di livello $f(x,y)=f(P)$ non ha retta tangente in P
4. la linea di livello $f(x,y)=f(P)$ è tangente in P alla retta di equazione $y=0$

Domanda 9)
Sia $f:D_f\subset\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y,z)=\ln\left(\frac{(1+7xy)(1+5xz)}{1+4yz}\right)$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $P\equiv(0,1,1,f(0,1,1))$.

1. $t+\ln(5)=12x-\frac{4}{5}(z-1)$
2. $t+\ln(5)=12x-\frac{4}{5}(y-1)+\frac{4}{5}(z-1)$
3. $t+\ln(5)=12x-\frac{4}{5}(y-1)$
4. Nessuna delle altre risposte è giusta

Domanda 10)

Determinare il polinomio di McLaurin di ordine 2 della funzione definita da $f(x,y,z) = (5+xy)^{3z}$.

1. non esiste il polinomio di McLaurin di ordine 2
2. $1 + 3\ln(5)z + \frac{9}{2}(\ln(5))^2 z^2$
3. $1 + 3\ln(5)z + \frac{3}{5}xyz - \frac{x^2y^2}{50}$
4. $1 + 3\ln(5)z + \frac{3}{5}xy$

–

– Appello –

–

Compito n. **2**

Risposte										
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Domanda 1)
Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile e siano α e β due curve definite da $\alpha(t) = (\sin(4t), e^{5t})$ e $\beta(t) = (4 - 4\cos(t), 1 + 4t^2)$. Sapendo che $\frac{d}{dt}(f \circ \alpha)(0) = -3$ e che $\frac{d}{dt}(f \circ \beta)(0) = 0$, calcolare, se possibile, $\nabla f(0, 1)$.

1. $\nabla f(0,1) = \left(\frac{-3}{5} - \frac{4}{5}h, h\right)\ \forall h \in \mathbb{R}$
2. Nessuna delle altre risposte è giusta
3. Esistono infinite funzioni f con le proprietà richieste
4. $\nabla f(0,1)$ può assumere infiniti valori che sono soluzioni di una equazione lineare omogenea

Domanda 2)
Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \cos(2x)$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $g(y) = e^{4y}$ e $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $h(x, y, z) = zf(x) + zg(y) - 2z$. Determinare il polinomio di McLaurin di ordine 3 di h.

1. $1 - 2z + 4yz - 2x^2z + 8y^2z$
2. $z + 4yz - 2x^2z + 8y^2z$
3. $4yz - 2x^2z + 8y^2z$
4. $4yz - 2x^2z + 4y^2z$

Domanda 3)
Sia ϕ la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. $\lim_{x\to-\infty} \phi(x) = +\infty$
2. ϕ ha un asintoto orizzontale
3. $\phi(x) = e^{-2x}$
4. non esiste $\lim_{x\to-\infty} \phi(x)$

Domanda 4)
Data la funzione definita da $f(x, y, z) = (7 + xy)^{2z} - 2\ln(7)z$, allora

1. le condizioni del secondo ordine permettono di stabilire che l'origine è un punto di minimo locale
2. le condizioni del secondo ordine permettono di stabilire che l'origine è un punto di sella
3. nessuna delle altre risposte è giusta
4. le condizioni del secondo ordine non permettono di stabilire se l'origine è un punto di estremo locale

Domanda 5)
Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = 16x - 6y$ e D l'insieme definito da $\{(x, y) : \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1\}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. f ha un solo punto di massimo vincolato a D e si trova nel primo quadrante
2. f ha due punti di minimo vincolato a D
3. f ha un solo punto di massimo vincolato a D e si trova nel quarto quadrante
4. f ha due punti di massimo vincolato a D

Domanda 6)
Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(\xi) = \sin(\xi)$ e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $g(x, y) = f(x^2 + y^2)$. L'insieme di livello $g(x, y) = k$

1. definisce in ogni punto una funzione implicita per $k = -1/10$
2. è, per $k = 0$, una circonferenza
3. nessuna delle altre affermazioni è giusta
4. è, per $k = 1$. una circonferenza

Domanda 7)
Sia $f : D_f \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la trasformazione definita da

$$\begin{cases} x = & \ln(8u^2 + 3v^2) \\ y = & \arctan(\frac{5u}{v}) \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. f è localmente invertibile in ogni $P \equiv (u_0, v_0) \in D_f$
2. f è localmente invertibile in ogni $P \equiv (u_0, v_0) \in \mathbb{R}^2$
3. Nessuna delle altre risposte è giusta
4. f è localmente invertibile in $P \equiv (u_0, v_0) \in D_f$ se e solo se $v_0 \neq u_0$

Domanda 8)
Sia f la funzione definita da $f(x, y) = e^{2y} + 4e^{xy} + 7x^2$ e sia $P \equiv (\frac{-1}{2}, 0)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. nessuna delle altre risposte è giusta
2. la linea di livello $f(x, y) = f(P)$ è tangente in P alla retta di equazione $-7(x + \frac{1}{2}) + 2y = 0$
3. a linea di livello $f(x, y) = f(P)$ non ha retta tangente in P
4. la linea di livello $f(x, y) = f(P)$ è tangente in P alla retta di equazione $y = 0$

Domanda 9)
Sia $f : D_f \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y, z) = \ln\left(\frac{(1+7xy)(1+4xz)}{1+6yz}\right)$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $P \equiv (0, 1, 1, f(0, 1, 1))$.

1. $t + \ln(7) = 11x + \frac{6}{7}(y - 1) - \frac{6}{7}(z - 1)$
2. $t - \ln(7) = 11x - \frac{6}{7}(y - 1) - \frac{6}{7}(z - 1)$
3. Nessuna delle altre risposte è giusta
4. $t + \ln(7) = 11x - \frac{6}{7}(y - 1)$

Domanda 10)
Determinare il polinomio di McLaurin di ordine 2 della funzione definita da $f(x,y,z) = (5+xy)^{3z}$.

1. $1 + 3\ln(5)z + \frac{3}{5}xy$
2. non esiste il polinomio di McLaurin di ordine 2
3. 1+12xy
4. $1 + 3\ln(5)z + \frac{9}{2}(\ln(5))^2 z^2$

–

– Appello –

– Compito n. **3**

Risposte										
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Domanda 1)
Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile e siano α e β due curve definite da $\alpha(t) = (\sin(3t), e^{5t})$ e $\beta(t) = (4 - 4\cos(t), 1 + 5t^2)$. Sapendo che $\frac{d}{dt}(f \circ \alpha)(0) = -3$ e che $\frac{d}{dt}(f \circ \beta)(0) = 0$, calcolare, se possibile, $\nabla f(0, 1)$.

1. $\nabla f(0, 1)$ può assumere infiniti valori che sono soluzioni di una equazione lineare omogenea
2. Nessuna delle altre risposte è giusta
3. Esistono infinite funzioni f con le proprietà richieste
4. Non esiste una funzione f con le proprietà richieste

Domanda 2)
Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \cos(4x)$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $g(y) = e^{7y}$ e $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $h(x, y, z) = zf(x) + zg(y) - 2z$. Determinare il polinomio di McLaurin di ordine 3 di h.

1. $1 - 2z + 7y - 8x^2 + \frac{49}{2}y^2 + 57y^3$
2. nessuna delle altre risposte è giusta
3. $7yz - 8x^2z + 7y^2z$
4. $1 - 2z + 7yz - 8x^2z + \frac{49}{2}y^2z$

Domanda 3)
Sia ϕ la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 6y' + 9y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. $\lim_{x\to-\infty} \phi(x) = 0$
2. ϕ ha un asintoto orizzontale
3. $\phi(x) = e^{-3x}$
4. ϕ ha un asintoto verticale

Domanda 4)
Data la funzione definita da $f(x, y, z) = (7 + xy)^{4z} - 4\ln(7)z$, allora

1. nessuna delle altre risposte è giusta
2. le condizioni del secondo ordine permettono di stabilire che l'origine è un punto di sella
3. l'origine non è un punto di massimo locale per f
4. le condizioni del secondo ordine permettono di stabilire che l'origine è un punto di minimo locale

Domanda 5)
Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = 6x - 8y$ e D l'insieme definito da $\{(x, y) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1\}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. Nessuna delle altre risposte è giusta
2. f ha un solo punto di minimo vincolato a D e si trova nel secondo quadrante
3. f ha un solo punto di minimo vincolato a D e si trova nel quarto quadrante
4. f ha minimo ma non ha massimo vincolato a D.

Domanda 6)
Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(\xi) = \sin(\xi)$ e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $g(x, y) = f(x^2 + y^2)$. L'insieme di livello $g(x, y) = k$

1. ha punti per i quali non è definita una funzione implicita per $k = -1/3$
2. definisce in ogni punto una funzione implicita per $k = 1/2$
3. è, per $k > 1$, l'unione di infinite circonferenze
4. è, per ogni k. una sinusoide

Domanda 7)
Sia $f : D_f \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la trasformazione definita da

$$\begin{cases} x = & \ln(6u^2 + 5v^2) \\ y = & \arctan(\frac{4u}{v}) \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. f è localmente invertibile in $P \equiv (u_0, v_0)$ se e solo se $v_0 \neq 0$
2. f è localmente invertibile in $P \equiv (u_0, v_0) \in D_f$ se e solo se $v_0 \neq u_0$
3. f è localmente invertibile in $P \equiv (u_0, v_0) \in D_f$ se e solo se $v_0 = \pm u_0$
4. f è localmente invertibile in ogni $P \equiv (u_0, v_0) \in \mathbb{R}^2$

Domanda 8)
Sia f la funzione definita da $f(x, y) = e^{4y} + 16e^{xy} + 6x^2$ e sia $P \equiv (\frac{-1}{4}, 0)$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

1. la linea di livello $f(x, y) = f(P)$ è tangente in P alla retta di equazione $y = 0$
2. la linea di livello $f(x, y) = f(P)$ è tangente in P alla retta di equazione $-3(x + \frac{1}{4}) + 8y = 0$
3. nessuna delle altre risposte è giusta
4. a linea di livello $f(x, y) = f(P)$ non ha retta tangente in P

Domanda 9)
Sia $f : D_f \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y, z) = \ln\left(\frac{(1+6xy)(1+3xz)}{1+6yz}\right)$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $P \equiv (0, 1, 1, f(0, 1, 1))$.

1. $t + \ln(7) = 9x - \frac{6}{7}(y - 1) + \frac{6}{7}(z - 1)$
2. Nessuna delle altre risposte è giusta
3. $t - \ln(7) = 9x - \frac{6}{7}(y - 1) - \frac{6}{7}(z - 1)$
4. $t + \ln(7) = 9x + \frac{6}{7}(y - 1) - \frac{6}{7}(z - 1)$

Domanda 10)
Determinare il polinomio di McLaurin di ordine 2 della funzione definita da $f(x, y, z) = (7 + xy)^{2z}$.

1. 1+12xyz
2. $1 + 2\ln(7)z + \frac{2}{7}xy$
3. $1 + 2\ln(7)z + \frac{2}{7}xyz - \frac{x^2y^2}{98}$
4. nessuna delle altre risposte è giusta

Soluzioni

1]	2 1 2 1 4	3 3 1 4 2
2]	3 3 2 4 3	1 1 1 3 4
3]	3 2 2 3 2	2 1 3 2 4