

# Domande teoriche di esempio per le prove d'esame

Gianna Stefani

30 novembre 2011

1. Sia  $f$  una funzione convessa di classe  $C^1((2, +\infty))$ . Dare la caratterizzazione di convessità per  $f$  in termini di rette tangenti.
2. Verificare, usando la definizione, che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20}{x-3} = 0^+$$

3. Verificare, usando la definizione, che

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2} = -\infty$$

4. Sia  $f$  la funzione definita da  $f(x) = \ln(1 - 3x^4)$ . Determinare  $D^n f(0)$ , per  $n = 400, 401, 402$ . Per quali valori di  $n$  la derivata ennesima della funzione in zero è zero?
5. Sia  $f$  una funzione di classe  $C^\infty$  sull'intervallo  $(-1/10, 1/10)$  e sia, per ogni intero  $n \geq 0$ ,  $D^n f(0) = \frac{(-1)^n}{n+1}$ . Completare la seguente uguaglianza in una delle due forme equivalenti, usando il simbolo di sommatoria:

$$f(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots + o(x^{n+2}) \\ \dots\dots\dots + x^{n+2}\epsilon(x) \end{cases}$$

6. Determinare il polinomio di Taylor di ordine 4 centrato in  $-1$  della funzione  $f : x \mapsto 1/x^2$ .
7. Usando i polinomi di McLaurin di  $x \mapsto \ln(1+x)$ , determinare i polinomi di Taylor centrati in  $-1$  della funzione definita da  $f(x) = \ln(|x|)$