

Domanda 1)

Determinare dominio, insieme di continuità e insieme di derivabilità della funzione definita da

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{12}{x^4}\right)$$

Inoltre calcolarne la derivata specificando il suo dominio.

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.

Domanda 2)

Rispondere ai seguenti punti sulla funzione definita da $f(x) =$

$$\begin{cases} \frac{12}{x^3} & x \leq -3 \\ \arctan\left(\frac{12}{x^3}\right) & x > -3 \end{cases}$$

1. Determinare dominio ed eventuali punti di discontinuità, punti angolosi e cuspidi.
2. La funzione è estendibile per continuità a 0?
3. Determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali di f .
4. Disegnare il grafico della funzione.

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.

Domanda 3)

1. Applicare la regola di integrazione per parti a

$$\int \arctan\left(\frac{7}{x^4}\right) dx$$

2. Determinare l'insieme delle primitive della funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$$

specificando l'intervallo (o gli intervalli) su cui tale insieme è definito.

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.

Domanda 4)

Rispondere alle seguenti domande sulla funzione definita da

$$f(x) = x^4 \cos(2x^2 - 4).$$

1. Determinare, se esiste, al variare di $n \in \mathbb{N}$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n}{f(x)}$$

2. La funzione ha ordine per $x \rightarrow 0$? Se sì, determinarlo.
3. Stabilire qual è la prima derivata non nulla in $x_0 = 0$ di f e determinarne il valore. Stabilire se la funzione ha in $x_0 = 0$ un massimo o un minimo locale.
4. Determinare il polinomio di McLaurin di ordine 16 di f , usando il simbolo di sommatoria. Si consiglia di usare le formule di addizione per il coseno e quindi l'approssimazione di McLaurin di seno e coseno.

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.

Domanda 5)

1. Dare la definizione di massimo e punto di massimo (minimo e punto di minimo) per una funzione $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
2. Dare la definizione di massimo relativo (minimo relativo) per una funzione $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
3. Enunciare il teorema di Weierstrass
4. Enunciare il teorema di Fermat.
5. Dimostrare il teorema di Fermat.
6. Determinare massimo, minimo, punti di massimo e di minimo della funzione $f : [-4, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x^3 - 12x + 2$$

spiegando la teoria applicata. In particolare si giustifichi l'esistenza del massimo e del minimo e si illustri l'uso del teorema di Fermat.

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.