

Domanda 1)

1. Sia f una funzione convessa e C^1 sull'intervallo $(4, 10)$. Dare la condizione di convessità di f in termini di proprietà delle rette tangenti al grafico. Usare la condizione per dimostrare che se esiste $x_0 \in (4, 10)$ tale che $f'(x_0) = 0$, allora $f(x_0)$ è il minimo globale della funzione.
2. Della funzione f definita da

$$f(x) = (x - 4)^{\sqrt{10-x}}$$

determinare dominio, continuità ed eventuali asintoti orizzontali e verticali. Inoltre calcolare, dove esiste, f' e determinare eventuali punti angolosi, cuspidi e flessi a tangente verticale di f .

3. Rispondere ai seguenti punti sulla funzione definita da $f(x) = \frac{(x^2 - 9)}{(x + 10)^2}$
 - (a) Usare le equivalenze asintotiche con gli infiniti e gli infinitesimi di riferimento per determinare i limiti nei punti di frontiera del dominio e dedurre l'esistenza di asintoti orizzontali e verticali.
 - (b) Usare le proprietà delle funzioni continue ed il punto precedente per determinare il segno della funzione.

(c) Disegnare il grafico della funzione.

(d) Determinare numero e segno delle soluzioni dell'equazione $f(x) = c$, al variare di $c \in \mathbb{R}$.

4. Determinare, se esiste, la parte principale per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$x \mapsto f(x) = -\sin(x^{30}) + \exp(x^{30}) - \cos(x^{30}).$$

La funzione ha ordine per $x \rightarrow 0$? Se sì, determinarlo. Stabilire qual è la prima derivata non nulla in $x_0 = 0$ di f e determinarne il valore. Stabilire se la funzione ha in $x_0 = 0$ un massimo o un minimo locale.

5. Sia $f(x) = \frac{2x}{(x - 3)(x - 4)}$

(a) Determinare $\int f(x) dx$

(b) Determinare gli intervalli massimali su cui esistono primitive di f e determinarle.

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.