–

– Scritto di Analisi II per il primo appello – 18 / 6 / 2009

– Compito n. **1**

Domanda 1)
Data l'equazione differenziale $y'' + 9y = -3\cos(3x)$, rispondere ai seguenti quesiti, motivando le risposte.

1. L'equazione ha soluzioni limitate, illimitate, periodiche?
2. Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione.
3. Determinare la soluzione dell'equazione il cui grafico che passa per il punto $P \equiv (0, -2)$ ed è tangente in P alla retta di equazione $y = -2 + 2x$.
4. Studiare al variare dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ l'insieme delle soluzioni dell'equazione il cui grafico passa per l'origine e per il punto $P \equiv (a, b)$

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.

Domanda 2)
Data l'equazione differenziale $y'' + \frac{11}{x}y' + \frac{9}{x^2}y = 0$ sulla semiretta $(0, +\infty)$, rispondere ai seguenti quesiti, motivando le risposte.

1. Determinare per quali valori di $q \in \mathbb{R}$ la funzione $y = x^q$ è soluzione dell'equazione differenziale.
2. Usando i risultati del punto precedente, determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione.
3. Determinare la soluzione dell'equazione il cui grafico che passa per il punto $P \equiv (1, 11)$ ed è tangente in P alla retta di equazione $y = 11 + 5(x - 1)$
4. Determinare, se esiste, la soluzione dell'equazione differenziale che passa per i punti $P \equiv (1, 11)$ e $Q \equiv (1, 5)$

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.

Domanda 3)

1. Determinare l'approssimazione di Taylor del secondo ordine centrata nell'origine della funzione definita da
$$f(x, y) = \sqrt{1 + 5y + 7xy} + \cos(3x) - \frac{5}{2}y$$
2. Dedurre dal precedente punto, se possibile, se l'origine è un punto di estremo locale per f. In caso affermativo determinare se è di massimo o di minimo.

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.

Domanda 4)

1. Enunciare il teorema degli zeri per le funzioni di due variabili.
2. Applicare il precedente teorema per determinare l'insieme
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon |2x + 6y| - x^2 - y^2 \geq 0\}$$
e disegnarlo
3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = x + y - 6$. Giustificare l'esistenza di massimo e minimo di f vincolato a D.
4. Calcolare il massimo e il minimo di f vincolato a D

Risposta aperta: motivare tutti i passaggi.