

# Esercizi di Analisi 1 - ICI

## 7 dicembre 2007

Iacopo Borsi

**Esercizio.** Determinare il polinomio di Taylor di ordine  $n = 3$  della funzione

$$f(x) = \cos(\sqrt{x})$$

in  $x_0 = \pi^2$ , utilizzando direttamente la definizione.

**Esercizio.** Calcolare i seguenti limiti utilizzando gli sviluppi di Taylor.

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x \log(\cos(x))}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - (\sin(x))^2}{x^3 (e^x - \cos(x))}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x}} + \cos(\sqrt[4]{x}) - 2}{\sin(x)}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} \log(1 + x^2) - \sin(\sqrt{3}x^2)}{x^2 [\tan(x)]^2}$ .

**Esercizio.** Studiare, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il seguente limite,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\log(1 + 2x) - \sin(2x)|^\alpha}{\sin(x)}$$

**Esercizio.** Utilizzando la stima del resto in forma di Lagrange si verifichi che vale la seguente stima

$$\left| \frac{\sin(x)}{x} - 1 + \frac{x^2}{6} \right| < 10^{-6}, \quad \text{per } x \in \left[ -\frac{1}{10}, \frac{1}{10} \right].$$

**Esercizio.** Calcolare il valore del numero  $e$  con tre cifre esatte (cioè con un errore minore di  $10^{-3}$ ).

## ESERCIZI PROPOSTI MA NON SVOLTI.

**Esercizio.** Calcolare il valore  $\sin(0.1)$  con cinque cifre esatte (cioè con un errore minore di  $10^{-5}$ ).

**Esercizio.** Calcolare i seguenti limiti utilizzando gli sviluppi di Taylor.

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\log(x^2)} \left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\arctan(x-1)} \right].$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - x^2/2}{(\cos(x) - 1)^3}.$

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x.$