

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Analisi Matematica I

Esercizi sulla continuità, A.A. 2007/08

1. Svolgere gli esercizi del libro di testo relativi agli argomenti fatti.
2. Considerare le funzioni degli esercizi, precedentemente proposti, di cui si è disegnato il grafico. Di esse determinare in quali insiemi sono continue.
3. Delle seguenti funzioni si disegni il grafico e si determinino gli eventuali asintoti orizzontali e verticali

$$\arcsin(x+5) - \pi/4, \quad |\arcsin(x+5) - \pi/4|, \quad \ln(x-1) + 1, \quad |\ln(x-1) + 1|$$
$$\cos(\pi(x+1)), \quad |\cos(\pi(x+1))|, \quad \arctan(x-1) - \pi/2, \quad |\arctan(x-1) - \pi/2|$$

4. Determinare graficamente al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ il numero e il segno delle soluzioni delle seguenti equazioni

$$\arccos(x-5) - \pi/4 = k, \quad (x-1)^2 - 1 = k$$

5. Disegnare il grafico della seguente funzione e determinare l'esistenza di asintoti orizzontali e verticali e di discontinuita'

$$f(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x < -1 \\ \arccos(x) & x \in [-1, 1] \\ \arctan(x-1) & x > 1 \end{cases}$$

6. Determinare graficamente al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ il numero e il segno delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$, per tutte le funzioni f definite nei precedenti esercizi
7. Determinare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ le seguenti funzioni risultano continue su tutto \mathbb{R}

$$\begin{cases} 3x+5 & x \leq 3 \\ x+a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x/a+5 & x \leq 3 \\ x+a & x > 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} \cos(ax) & x \leq 0 \\ \sin(x+a) & x > 0 \end{cases},$$

8. Determinare il dominio e gli zeri delle seguenti funzioni. Determinarne anche il segno usando il teorema degli zeri e le equivalenze asintotiche

$$(x^3 - 9x)(x^2 + 2x + 1), \quad x \cos(x), \quad \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 3x - 4}, \quad \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^4 - 16}$$

9. Usando le proprietà delle funzioni continue ed il concetto di limite dimostrare che l'equazione

$$\frac{x^{37} + 3x^{10} + 1}{x^2 + 1} = k$$

ammette soluzione per ogni $k \in \mathbb{R}$

10. Per quali valori dei parametri $(h, k) \in \mathbb{R}^2$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} h(x-3)^x & \text{se } x > 3 \\ k + x^4 & \text{se } x \leq 3 \end{cases}$$

appartiene a $C^0(\mathbb{R})$

11. Per quali valori dei parametri $(h, k) \in \mathbb{R}^2$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} h x \exp(1/x) & \text{se } x > 0 \\ k + x^4 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$
appartiene a $C^0(\mathbb{R})$