Corso di Laurea in Ingegneria Civile
Analisi Matematica I

Esercizi sui limiti A.A. 2007/08

1. Svolgere gli esercizi del libro di testo relativi agli argomenti fatti.

2. Considerare le funzioni degli esercizi precedentemente proposti, di cui si è disegnato il grafico. Di esse determinare graficamente: estremo inferiore, superiore e gli eventuali massimi e minimi assoluti. Determinare inoltre i limiti per x che tende a tutti i punti di accumulazione del dominio.

3. Usando i concetti di traslazione e cambio scala disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$$

e calcolarne graficamente i limiti per x che tende a ± 1 e $\pm\infty$

4. Delle seguenti funzioni si disegni il grafico e si determinino gli eventuali limiti per x che tende a tutti i punti di accumulazione del dominio

$$\arcsin(x+5) - \pi/4, \quad |\arcsin(x+5) - \pi/4|, \quad \ln(x-1) + 1, \quad |\ln(x-1) + 1|$$

$$\cos(\pi(x+1)), \quad |\cos(\pi(x+1))|, \quad \arctan(x-1) - \pi/2, \quad |\arctan(x-1) - \pi/2|$$

5. Disegnare il grafico della seguente funzione, calcolarne i limiti per x che tende a ± 1 e $\pm\infty$

$$f(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x < -1 \\ \arccos(x) & x \in [-1, 1] \\ \arctan(x-1) & x > 1 \end{cases}$$

6. Date le funzioni $f : x \mapsto n \in \mathbb{Z}, \forall x \in (n-1, n]$, $g : x \mapsto n \in \mathbb{Z}, \forall x \in [n, n+1)$, disegnarne il grafico e determinare al variare di $n \in \mathbb{Z}$

$$\lim_{x \to n^\pm} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x \to n^\pm} g(x)$$

7. Sia $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$. Calcolare al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to \infty} f(x), \quad \lim_{x \to -\infty} f(x), \quad \lim_{x \to 0} f(x)$$

8. Sia $f(x) = \frac{ax^3+x^2+1}{bx^4+cx^3+x}$. Calcolare al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to \infty} f(x), \quad \lim_{x \to -\infty} f(x), \quad \lim_{x \to 0} f(x)$$

9. Siano date le funzioni definite da

$$f_1(x) = \sqrt{x+3} - 5, \; f_2(x) = \frac{x}{1-x} = -1 + \frac{1}{1-x}, \quad f_3(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$f_4(x) = \left|x^3 - 1\right| + 3, \quad f_5(x) = \left|x^2 - 3x - 4\right|, \quad f_6(x) = 2^{-|x+1|}$$

a. Usando i grafici delle funzioni elementari, i concetti di traslazione, simmetria e la definizione di valore assoluto, disegnarne i grafici

b. Usando i grafici disegnati determinare, al variare di $a \in \mathbb{R}$ il numero (e possibilmente il segno) delle soluzioni delle equazioni

$$f_i(x) = a \quad \text{per} \quad i = 1 \dots 6$$

c. Usando i grafici disegnati determinare, se esistono, i massimi e i minimi assoluti delle precedenti funzioni. Nel caso non esistano determinarne inf e sup

d. Usando i grafici disegnati determinare, se esistono, i massimi e i minimi delle precedenti funzioni sugli intervalli $[-2, 2], \quad (-2, 2), \quad [0, 3], \quad [0, 3)$

e. Usando i grafici disegnati determinare, al variare di a nei punti di accumulazione di f_i, determinare se esistono $\lim_{x\to a} f_i(x)\,,\ \lim_{x\to a^\pm} f_i(x) \quad i = 1 \dots 6$