

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Analisi Matematica I 2007-08

Esercizi relativi alla seconda settimana di lezione

1. Fare tutti gli esercizi e gli esempi del libro di testo relativi agli argomenti svolti a lezione.
2. Date $f : x \mapsto x^2$, $g : x \mapsto \sqrt{x}$, $h : x \mapsto 1/x$, calcolare $f \circ g$, $g \circ f$, $h \circ h$, specificando il dominio.
3. Determinare, quando esistono, le funzioni inverse delle seguenti funzioni, specificando il dominio della funzione e dell'inversa

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, f(x) = x^2 - 2x + 3 \text{ con dominio } [2, +\infty)$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}, f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 1} \text{ con dominio } (-\infty, 1)$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 1} \text{ con dominio } (1, 2), f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 1} \text{ con dominio } [1, 2]$$

$$f(x) = 2^{x+3}, f(x) = 2^{x^2+3} \text{ con dominio } [2, +\infty)$$

$$f(x) = \log_2(x^3), f(x) = \log_2(x^2 - 1)$$

$$f(x) = \log_2(x^2 + 1) \text{ con dominio } (-\infty, 0)$$

4. Determinare il dominio e l'immagine delle funzioni

$$\sqrt{2 \cos(x) + 1}, \sqrt{2 \cos(x) \pm 4}, \sqrt{\frac{1}{|\tan(x)|}}, \arcsin(x^2 - 1), \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$

e il dominio della funzione $\sqrt{\frac{x + \sin(\pi x)}{\sqrt{1 - x^2}}}$,

5. Usando i concetti di cambio scala, traslazione e simmetria disegnare i grafici delle seguenti funzioni a partire da grafici noti e determinarne l'immagine

$$\sqrt{1-x} + 1, \sin(|x|), |\sin(x)|, \sin(\pi x), |\arcsin(x/\pi)|, 2 \arctan(|x|) - 2$$

$$e^x, e^{-x}, e^{|x|}, e^{-|x|}, y = -e^{-|x|}$$

$$\ln(x), \ln(-x), \ln(|x|), \ln(-|x|), |\ln(x)|, -\ln(-x), -\ln(|x|)$$

14. Usando l'uguaglianza $\frac{x+5}{x-3} = 1 + \frac{8}{x-3}$, e i concetti di traslazione e cambio scala disegnare il grafico $y = \frac{x+5}{x-3}$, risolvere graficamente la disequazione $\frac{x+5}{x-3} < -4$.

6. Calcolare il dominio delle funzioni $x \mapsto \ln(x)^{\arcsin(x)}$, $x \mapsto \arcsin(x)^{\ln(x)}$

7. Disegnare i grafici delle seguenti funzioni

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ x & x \in [-1, 1] \\ -x^2 & x > 1 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x < 1 \\ x & x \in [1, 2] \\ 2 - x^2 & x > 2 \end{cases}$$

8. Dimostrare che esiste una applicazione biunivoca fra l'insieme \mathbb{N} e l'insieme dei numeri naturali divisibili per 7.
9. Scrivere le seguenti funzioni reali di variabile reale come funzioni definite a tratti, specificando il dominio

$$x \mapsto \ln(|x^2 - 1|); \quad |\ln(x^2 - 1)|; \quad |\arcsin(x^2 - 9)|; \quad \arccos(|1 - x^2|)$$

10. Di tutte le funzioni considerate cercare di determinare estremo superiore, inferiore, massimo, minimo (se esistono) e gli eventuali punti di massimo e minimo.
Per massimo (minimo) si intende il massimo (minimo) globale.