

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Analisi Matematica I

Esercizi sui prerequisiti al corso e relativi alla prima settimana di lezione

1. Fare tutti gli esercizi e gli esempi del libro di testo relativi agli argomenti svolti a lezione.

2. Determinare le soluzioni delle seguenti disequazioni e sistemi di disequazioni, esprimendole tramite unioni di intervalli

$$3x + 5 \leq 3 (< 3), \quad \frac{3x + 5}{x - 7} \leq \frac{x}{x - 1}, \quad |x + 3| < 4 (\geq 4), \quad \frac{2x^2 - 4x}{x + 7} \geq 0$$

$$\begin{cases} 3x + 5 \leq 3 \\ x + 7 > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 5 \leq 3, \\ x - 7 > 0 \end{cases}$$

3. Risolvere graficamente, usando la nozione di distanza le seguenti disequazioni

$$|x - 2| \leq 3, \quad |x + 5| \geq 1, \quad |x + 5| \geq -1, \quad |x + 5| \leq -1, \quad x^2 < 1, \quad x^4 > 16, \quad |x - 1| \leq |x + 2|$$

4. Data la disequazione

$$\frac{x + 5}{x - 3} < -4,$$

per ognuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa, dandone una spiegazione teorica.

1. La disequazione è equivalente a:

i) $x + 5 < -4(x - 3)$

ii) $x + 5 > -4(x - 3)$

iii) se nessuna delle precedenti equivalenze è vera, determinarne una corretta.

2. L'insieme delle sue soluzioni è

i) un intervallo limitato

ii) un intervallo limitato e chiuso

iii) un intervallo limitato e aperto

iv) una semiretta

v) l'unione disgiunta di un intervallo limitato e di una semiretta

5. Risolvere al variare di $a, b \in \mathbb{R}$ le disequazioni $|x - a| \leq b (< b)$ e $|x - a| \geq |x + b|$

6. Determinare quoziente e resto della divisione fra le seguenti coppie di polinomi

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x + 1, \quad x^3 - 2x^2 + 3 : x - 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x^2 + 1, \quad x^3 - 2x^2 + 3 : x^3 - 1$$

7. Senza eseguire la divisione, determinare il resto della divisione fra le seguenti coppie di polinomi

$$x^3 - 2x^2 + 3 : x + 5, \quad x^3 - 2x^2 + 3 : x - 3$$

$$x^5 + 2x^2 + 3 : x - 1, \quad x^4 + 2x^3 + 3 : x + 1$$

E' possibile eseguire lo stesso esercizio con la divisione $x^3 - 2x^2 + 3 : x^3 - 1$?

8. Dimostrare che $\sqrt{7}$ e $\sqrt{6}$ non sono razionali.

9. Dare la definizione di numero primo. Dimostrare che, se q è un numero primo, allora \sqrt{q} non è razionale.

10 Dimostrare la seguente affermazione: *sia $n \in \mathbb{N}$, se $\sqrt{n} \in \mathbb{Q}$ allora $\sqrt{n} \in \mathbb{N}$*

11 Sia $A \subset \mathbb{R}$, usando la proprietà caratteristica, definire il significato di $5 = \sup A$.

12 Sia $A = \{1 + x : x \in \mathbb{R}, x < 0\}$. Determinare $\sup A$ e $\inf A$ e dimostrare il risultato ottenuto.

13 Determinare tutti i coefficienti binomiali $\binom{n}{i}$ per $n = 2, 3, 4, 5$ e usando i calcoli ottenuti determinare, per gli stessi valori di n , $(2 + a)^n$