

Prova scritta di Analisi Matematica I 9 CFU - C.d.L. Civile
Anno accademico 2006-2007 - gennaio08

1. Enunciare il teorema di Weierstrass (sugli estremi delle funzioni continue)
2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$y'' + y = \sin(x)$$
$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

3. Data la funzione definita da

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{2} + \cos(x) \right)$$

- (a) Dire se f è pari, dispari, periodica
- (b) Determinare l'insieme di definizione e gli eventuali asintoti orizzontali e verticali
- (c) Determinare un insieme su cui la funzione sia invertibile e l'insieme di definizione della funzione inversa
- (d) **Facoltativo.** Verificare che f è invertibile in un intorno di $x_0 = \pi/3$ e determinare la derivata in $x_0 = 0$ della funzione inversa
- (e) Sia $A(t)$ l'area della parte di piano compresa fra il grafico della funzione, l'asse y , l'asse x e la retta $x = t$. Disegnare il grafico della funzione definita da $t \mapsto A(t)$ per $t \in [-\pi/2, \pi/2]$ e calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{A(t)}{t}$$

- (f) Determinare la parte principale per $t \rightarrow \pi/3$ di $A(t)$
- (g) **Facoltativo.** Dopo aver calcolato la parte principale per $x \rightarrow 2\pi/3$ di $1/2 + \cos(x)$, stabilire usando il confronto asintotico se l'area della parte di piano compresa fra il grafico di f , l'asse y , l'asse x e la retta $x = 2\pi/3$ è finita