

n. 1 cognome

nome

matricola

--	--	--	--	--	--	--

Risposte										
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Scrivere il numero della risposta che si ritiene corretta sopra al numero della corrispondente domanda

Domanda 1) Dato $v \in \mathbb{R}$ sia $t \mapsto x(t, v)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\dot{x} - x, \\ x(0) = 1, \\ \dot{x}(0) = v. \end{cases}$$

Determinare il minimo della funzione $v \mapsto |x(1, v)|$ per $v \in [1, 2]$.

- $$\begin{array}{ll} 1) & 0 \\ 3) & e \end{array} \qquad \begin{array}{ll} 2) & e^t + (v-1)te^t \\ 4) & 1 \end{array}$$

Domanda 2) Sia $\omega = 2(x - y - xy)dx + (2y - 2x - x^2)dy + dz$.
Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \omega$$

dove γ è la spezzata che congiunge (nell'ordine) i punti $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$, $(0, 0, 1)$.

- 1) 0 2) π 3) -1 4) 1

Domanda 3) Calcolare il seguente integrale triplo

$$\iiint_P |z| \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$$

dove $P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, |z| \leq 2\}$.

- $$1) \frac{128}{15}\pi \quad 2) 0 \quad 3) \frac{56}{3}\pi \quad 4) \frac{64}{15}\pi$$

Domanda 4) Determinare quale, tra i seguenti, è un punto critico della funzione

$$f(x, y, z) = (x + y)^3 - 2z(y - 1)$$

- 1) $(-1, 1, 0)$ 2) $(2, 1, 0)$ 3) $(-1, 0, 0)$ 4) $(0, 0, 0)$

Domanda 5) Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - y)^2 - zx = 0\}$. Si determini per quale valore del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il vettore

$$v_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

è tangente all'insieme S nel punto $(1, 2, 1)$.

- 1) -1
- 2) Non esiste un α con la proprietà richiesta
- 3) -2
- 4) 0

Domanda 6) Quale delle seguenti funzioni risolve l'equazione differenziale $\dot{x} = \frac{x^2}{t^2-1}$?

- $$\begin{array}{ll} 1) & x(t) = 1 + t^{1-\sqrt{2}} \\ 3) & x(t) = \frac{2}{\arctan(t)-2} \end{array} \quad \begin{array}{ll} 2) & x(t) = 1 \\ 4) & x(t) = \frac{-1}{\arctan(t)-2} \end{array}$$

Domanda 7) Sia ω la forma differenziale

$$(y^2 \cos(xy^2) - ye^x + 1)dx + (2xy \cos(xy^2) - e^x)dy.$$

Stabilire quale delle seguenti funzioni è una primitiva di ω .

- 1) $\sin(xy^2) - ye^x + x - 7$
- 2) $\sin(xy) - y^2e^x + x - 1$
- 3) $\sin(x^2y) - ye^{xy} + x$
- 4) $\frac{1}{2}$

Domanda 8) Determinare il gradiente della seguente funzione:

$$f(x, y, z) = xe^{xz} - 2zy$$

- $$\begin{array}{ll} 1) \begin{pmatrix} e^{xz} \\ -2z \\ -2y \end{pmatrix} & 2) \begin{pmatrix} xze^{xz} \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \\ 3) \begin{pmatrix} (1+xz)e^{xz} \\ -2z \\ x^2e^{xz} - 2y \end{pmatrix} & 4) \begin{pmatrix} e^{xz} \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Domanda 9) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D 3\sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

- 1) 0 2) $\frac{1}{3}\pi$ 3) 14π 4) 7

Domanda 10) Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x + y| = 2\}$ e sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x, y) = \frac{(x - y)}{\sin(|x + y|)}.$$

Determinare $f(D)$.

- 1) $[0, +\infty)$ 2) $(-\infty, 0]$ 3) $[-1, 1]$ 4) $\mathbb{R}$