

## ANALISI MATEMATICA II

26 MARZO 2007– PROVA SCRITTA

**Svolgere tre esercizi a scelta tra i seguenti.**

**Esercizio 1.** La temperatura  $T(x, y)$  nei punti del piano  $xy$  è data da  $T(x, y) = x^2 - 2y^2$ .

1. Disegnare alcune linee di livello di  $T$  (isoterme).
2. In quale direzione dovrebbe muoversi una formica che si trova nella posizione  $(2, -1)$  se desidera raggiungere il fresco più velocemente possibile?

**Esercizio 2.** La temperatura in tutti i punti del disco  $x^2 + y^2 \leq 1$  è data da

$$T(x, y) = (x + y)e^{-(x^2+y^2)}$$

Determinare le temperature minima e massima sul disco.

**Esercizio 3.** Calcolare

$$\int_{\gamma} \sqrt{x} \, ds$$

dove  $\gamma$  è data da

$$\gamma(t) = (t^2, t \sin t, t \cos t), \quad -\pi \leq t \leq \pi,$$

**Esercizio 4.** Verificare che la forma differenziale

$$\omega(x, y) = 2xydx + x^2dy$$

è esatta. Servirsi di questo fatto per calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} 6xydx + (3x^2 + x)dy$$

dove  $\gamma$  è il bordo del rettangolo di vertici  $(0, 0)$  e  $(1, 2)$  avente lati paralleli agli assi, percorso in senso orario.

**Suggerimento:** usare la proprietà additiva degli integrali curvilinei.

**Esercizio 5.** Calcolare

$$\iint_D (x^2 + y) \, dx \, dy,$$

dove  $D$  è la porzione dell'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1, y \geq 0\}$$

compresa tra le rette di equazione  $x = y$  e  $x = -y$ .

**Esercizio 6.** Calcolare la superficie del solido dato dall'intersezione del cilindro (pieno)

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1/2\}$$

Con la sfera (piena)

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

**Durata della prova: 120 minuti — Giustificare i passaggi effettuati**