

ANALISI MATEMATICA II

27 MARZO 2006— PROVA SCRITTA - **A**

Svolgere i seguenti esercizi.

Esercizio 1. Determinare l'immagine della funzione

$$f(x, y) = (x - y)^{13}$$

definita sul quadrato (pieno) avente vertici in $(-1, -1)$ e $(1, 1)$ e lati paralleli agli assi.

Suggerimento: sfruttare la monotonia della funzione $t \mapsto t^{13}$

Esercizio 2. Determinare, se esiste, una soluzione del seguente problema misto:

$$\begin{cases} y'' - 4y = 3, \\ y(0) = 0, \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y'(x) = 0. \end{cases}$$

Stabilire se la (eventuale) soluzione trovata è unica.

Esercizio 3. Calcolare la massa di un filo avente rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = (t, \sin t, \cos t), \quad -\pi \leq t \leq \pi,$$

e densità (lineare) $\rho(x, y, z) = |x| + 1$.

Esercizio 4. Determinare, se esiste, una primitiva della forma differenziale

$$\omega(x, y) = (e^{xy} + xye^{xy}, x^2e^{xy}).$$

Esercizio 5. Calcolare

$$\iint_T x \, dx \, dy,$$

dove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 1)$.

Durata della prova: 120 minuti — Giustificare i passaggi effettuati