

## ANALISI MATEMATICA II

18 LUGLIO 2006– PROVA SCRITTA

**Svolgere gli esercizi 1 e 2 ed un altro tra i rimanenti esercizi.**

**Esercizio 1.** Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{|xy| - 1}$$

e calcolare, se esiste, il piano tangente al grafico nel punto corrispondente a  $(x, y) = (1, 2)$ .

**Esercizio 2.** Sia  $y_{a,b}(x)$ , per ogni  $a, b \in \mathbb{R}$ , la soluzione del seguente problema.

$$\begin{cases} y'' = a, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = b. \end{cases}$$

Sapendo che  $a^2 + b^2 \leq 1$ , determinare per quali valori di  $a$  e  $b$  la funzione  $(a, b) \mapsto y'_{a,b}(1)$  assume il suo massimo. Quanto vale questo massimo?

**Esercizio 3.** Calcolare il centro di massa del triangolo di vertici  $(0, -1)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(1, 0)$ , con densità superficiale data da  $\rho(x, y) = |y| + 1$ .

**Esercizio 4.** Considerato il campo di forze dipendente dal parametro  $\beta \in \mathbb{R}$ :

$$F(x, y, z) = (2\beta x + \beta^2 y - 3\beta z, \beta^2 x + 1, 3\beta x),$$

determinare il valore del parametro  $\beta$  affinché sia minimo il lavoro del campo lungo la curva  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  data da

$$\gamma(t) = (t^2, t^3, t - t^2).$$

Quale è il valore di tale minimo?

**Esercizio 5.** Determinare per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente campo vettoriale è conservativo

$$w(x, y, z) = (2x - z, 2y, \alpha x).$$

Calcolare poi, per tale valore di  $\alpha$ , il lavoro del campo vettoriale per lo spostamento di un punto da  $(0, 0, 0)$  a  $(0, 0, 1)$ .

**Durata della prova: 120 minuti — Giustificare i passaggi effettuati**