

ANALISI MATEMATICA II

22 GIUGNO 2006– PROVA SCRITTA

Svolgere i seguenti esercizi.

Esercizio 1. Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{(x-y)x}}{\sqrt{(x+y)y}}$$

e calcolare, se esiste, il piano tangente al grafico nel punto corrispondente a $(x, y) = (1, 2)$.

Esercizio 2. Sia $y_a(x)$, per ogni $a \in \mathbb{R}$, la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y'' = -a^2 y', \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = a. \end{cases}$$

Per quali valori di a la funzione $a \mapsto y'_a(1)$ assume il suo massimo?

Esercizio 3. Calcolare il centro di massa del quadrilatero convesso di vertici $(0, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 2)$, $(1, 0)$, con densità superficiale data da $\rho(x, y) = |y| + 1$.

Esercizio 4. Calcolare la lunghezza della curva $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, data da

$$\gamma(t) = (t^2 \cos t, t^2 \sin t)$$

Esercizio 5. Calcolare l'area della parte di piano racchiusa dalla curva

$$\sigma(t) = ((1 - \cos t) \cos t, (1 - \cos t) \sin t) \quad t \in [0, 2\pi]$$

Durata della prova: 120 minuti — Giustificare i passaggi effettuati